गिनतारा कक्षा 4

E-BOOKS DEVELOPED BY

1. Dr.Sanjay Sinha Director SCERT,U.P,Lucknow

2. Ajay Kumar Singh J.D.SSA,SCERT,Lucknow

3. Alpa Nigam (H.T) Primary Model School, Tilauli Sardarnagar,Gorakhpur

4. Amit Sharma (A.T) U.P.S, Mahatwani ,Nawabganj, Unnao

5. Anita Vishwakarma (A.T) Primary School ,Saidpur,Pilibhit

6. Anubhav Yadav (A.T) P.S.Gulariya,Hilauli,Unnao

7. Anupam Choudhary (A.T) P.S,Naurangabad,Sahaswan,Budaun

8. Ashutosh Anand Awasthi (A.T) U.P.S,Miyanganj,Barabanki

9. Deepak Kushwaha (A.T) U.P.S,Gazaffarnagar,Hasanganz,unnao

10. Firoz Khan (A.T) P.S,Chidawak,Gulaothi,Bulandshahr

11. Gaurav Singh (A.T) U.P.S,Fatehpur Mathia,Haswa,Fatehpur

12. Hritik Verma (A.T) P.S.Sangramkheda,Hilauli,Unnao

13. Maneesh Pratap Singh (A.T) P.S.Premnagar,Fatehpur

14. Nitin Kumar Pandey (A.T) P.S, Madhyanagar, Gilaula , Shravasti

15. Pranesh Bhushan Mishra (A.T) U.P.S,Patha,Mahroni Lalitpur

16. Prashant Chaudhary (A.T) P.S.Rawana,Jalilpur,Bijnor

17. Rajeev Kumar Sahu (A.T) U.P.S.Saraigokul, Dhanpatganz ,Sultanpur

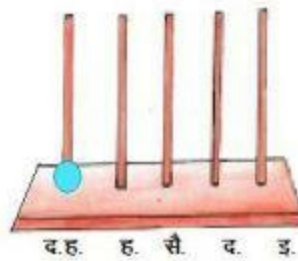
18. Shashi Kumar (A.T) P.S.Lachchhikheda,Akohari, Hilauli,Unnao

19. Shivali Gupta (A.T) U.P.S,Dhaulri,Jani,Meerut

20. Varunesh Mishra (A.T) P.S.Gulalpur Pratappur Kamaicha Sultanpur

***पाठ* 1**

संचय और संचिता ने अपनी गुल्लक तोड़ी। गुल्लक टूटने पर अलग-अलग नोट और सिक्के मिले। उन्होंने गिनना शुरू किया। गुल्लक में से कुल* 9999 *रुपये मिले। संचय ने कहा कि आज पापा ने मुझे* 1 *रुपये का सिक्का दिया है। इसे भी मिलाने पर

अब कुल कितने रुपये हो जाएंगे !
दोनों ने जोड़ना शुरू किया -
9999 + 1 = 10000
संचिता ने कहा "***अब हमारे पास*** 10000 ***रुपये हो गये***"

इसे पढ़ते हैं दस हज़ार

आओ अब 10000 ***की संख्या को गिनतारे पर प्रदर्शित करें***-

आओ इसे भी पढ़ते हैं – **45937**

पैंतालिस हजार नौ सौ सैंतीस

दह	ह	सै	द	इ
4	5	9	3	7

स्वयं पढ़ो –

- 34567
- 99999

अब 99999 में 1 जोड़ते हैं –

ला.	द.ह.	ह.	सै.	द.	इ.
	9	9	9	9	9
				+	1
1	0	0	0	0	0

इसे पढ़ते हैं– एक लाख

आओ अब 100000 की संख्या को गिनतारे पर प्रदर्शित करें–

ला. द.ह. ह. सै. द. इ.

स्वयं करो – इन्हें भी पढ़ो और गिनतारे पर प्रदर्शित करो –

- 214356
- 786117

ला. द.ह. ह. सै. द. इ.

ला. द.ह. ह. सै. द. इ.

किसी संख्या को पढ़ते समय जैसे इकाई व दहाई के अंकों को मिलाकर पढ़ते हैं वैसे ही हजार व दस हजार के अंकों को भी एक साथ मिलाकर पढ़ते हैं जबकि सैकड़े के अंक को अकेले ही पढ़ा जाता है।

6-6 बच्चों के दो समूह बना लें। दोनों समूह के प्रत्येक बच्चे को अलग-अलग काँच की गोलियाँ (कंचे) दें। प्रथम समूह का प्रत्येक बच्चा प्राप्त किए हुए कंचों की संख्या को श्यामपट्ट पर क्रमशः इकाई, दहाई, सैकड़ा... के स्थान के नीचे लिखे।
जैसे- प्रथम समूह का पहला बच्चा 7 कंचे पाता है, तो इकाई के नीचे 7 लिखेगा, दूसरा बच्चा 5 कंचे पाता है तो दहाई के नीचे 5 लिखेगा। इसी क्रम में समूह के सभी बच्चे लिखते जायेंगे।
पहले समूह ने संख्या बनाई- 462357
इसी प्रकार दूसरे समूह का पहला बच्चा अपने प्राप्त कंचों की संख्या को इकाई स्थान पर, फिर क्रमशः दूसरा, तीसरा, चैथा बच्चा.... अपने अंकों को दहाई, सैकड़ा, हजार... के स्थान पर लिखता जाएगा।
दूसरे समूह ने संख्या बनाई- 764532

पहला समूह					
ला.	द.ह.	ह.	सै.	द.	इ.
4	6	2	3	5	7

दूसरा समूह					
ला.	द.ह.	ह.	सै.	द.	इ.
7	6	4	5	3	2

समूहों द्वारा प्राप्त संख्याओं को बच्चे पढ़ें और अपनी कॉपी पर शब्दों में लिखें।
देखो और समझो-

संख्याएँ		लाख	दस हजार	हजार	सैकड़ा	दहाई	इकाई
एक अंक की	सबसे छोटी संख्या						1
	सबसे बड़ी संख्या						9
दो अंको की	सबसे छोटी संख्या					1	0
	सबसे बड़ी संख्या					9	9
तीन अंको की	सबसे छोटी संख्या				1	0	0
	सबसे बड़ी संख्या				9	9	9
चार अंको की	सबसे छोटी संख्या			1	0	0	0
	सबसे बड़ी संख्या			9	9	9	9
पाँच अंको की	सबसे छोटी संख्या		1	0	0	0	0
	सबसे बड़ी संख्या		9	9	9	9	9
छह अंको की	सबसे छोटी संख्या	1	0	0	0	0	0
	सबसे बड़ी संख्या	9	9	9	9	9	9

ऊपर की तालिका को देखकर बताओ -

- एक अंक की सबसे छोटी संख्या कौन सी है? ....
- दो अंकों की सबसे बड़ी संख्या कौन सी है? ....
- तीन अंकों की सबसे बड़ी संख्या लिखो।

....

- 999999 ***कितने अंकों की सबसे बड़ी संख्या है*** ? ....
- 10000 ***कितने अंकों की सबसे छोटी संख्या है*** ? ....

स्थानीय मान (PLACE VALUE)

देखो और समझो:

ला. द.ह. ह. सै. द. इ.

संख्या 5 7 2 8 2 5

- ***इस संख्या में*** 5 ***कितनी बार आया है*** ?
- ***दोनों*** 5 ***किस-किस स्थान पर हं***ैं ?
- ***इकाई और लाख के स्थान पर लिखे*** 5 ***के मान में कोई अन्तर है*** ?

हाँ, यह अन्तर उनके स्थानीय मान के कारण है।

इकाई के स्थान पर आने वाले 5 ***का स्थानीय मान*** 5 ***ग*** 1 = 5

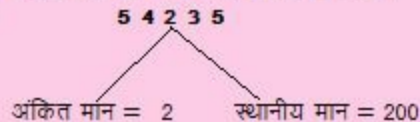
लाख के स्थान पर आने वाले 5 ***का स्थानीय मान*** 5 ***ग*** 100000 = 500000

इसे इस प्रकार भी दर्शाया जा सकता है- 5 7 2 8 2 5

5x100000 = 500000	5 x 1 = 5

- ***संख्या*** 630581 ***में*** 3 ***का स्थानीय मान*** ....
- ***संख्या*** 842310 ***में*** 8 ***का स्थानीय मान*** ....
- ***संख्या*** 703215 ***में*** 0 ***का स्थानीय मान*** ....

इसे भी जानो–

किसी भी अंक का अंकित मान (Face Value) उस अंक के मान के बराबर ही होता है तथा स्थान बदलने पर भी नहीं बदलता है जबकि स्थानीय मान स्थान बदलने पर बदल जाता है। जैसे–

विस्तारित रूप (Expanded Form)

आओ इसे देखें –

723546

इसे पढ़ते हैं –

सात लाख तेइस हजार पाँच सौ छियालीस

इसे ऐसे भी लिखते हैं –

7 लाख + 2 दस हजार + 3 हजार + 5 सैकड़ा + 4 दहाई + 6 इकाई।

या 7 x 100000 + 2 x 10000 + 3 x 1000 + 5 x 100 + 4 x 10 + 6 x 1

या 700000+20000+3000+500+40+6, संख्या 723546 का विस्तारित रूप है।

अब देखकर बताओ –

- 7 लाख में कितने शून्य हैं ? ....
- 3 हजार में कितने शून्य हैं ? ....
- 5 सौ में कितने शून्य हैं ? ....

हम सीख गए

- पाँच और छः अंकों की संख्या को पढ़ना व लिखना।
- पाँच और छः अंकों की संख्याओं के अंकों का स्थानीय मान निकालना।
- पाँच और छः अंकों की संख्याओं को विस्तारित रूप में लिखना।

शिक्षक संख्याओं के विस्तारित रूप की समझ बनाते समय बनने वाले पैटर्न पर बच्चों से चर्चा करें।

अभ्यास

1. दी गयी संख्याओं को गिनतारे पर दर्शाओ –

(क) 45792

(ख) 742897

2. खाली जगहों को भरो –

(क) 2865 = ☐ हजार + ☐ सैकड़ा + ☐ दहाई + ☐ इकाई

(ख) 84362 = 8☐ + 4☐ + 3☐ + 6☐ + 2☐

(ग) 976781=☐लाख+☐दस हजार+☐हजार+☐सैकड़ा+☐दहाई+☐इकाई

(घ) 786232 = 7☐ +8☐ +6☐ +2☐ +3☐ +2☐

3. अंकों में लिखो –

(क) छः हजार चार सौ तीस = ...

(ख) तिरपन हजार सात सौ एक = ...

(ग) आठ हजार तेरह = ...

(घ) आठ लाख बासठ हजार पाँच सौ तिरसठ = ...

4. नीचे लिखी संख्याओं को शब्दों में लिखो–

(क) 3576 ....

(ख) 7805 ....

(ग) 65018 ....

(घ) 87923 ....

(च) 465347 ....

(छ) 589835 ....

5. *सही संख्या के सामने बने वृत्त को काला करो* -

(क) *दो हजार तीन सौ एक* 231 2300 2301

(ख) *पाँच हजार छप्पन* 5056 556 5506

(ग) *उनहत्तर हजार सात सौ दस* 69701 79710 69710

(घ) *अठहत्तर हजार एक* 7800 78001 78100

6. *संख्याओं का विस्तारित रूप लिखो* -

(क) 63574 .... ◌़ .... ◌़ .... ◌़ .... ◌़ ....

(ख) 49763 .... ◌़ .... ◌़ .... ◌़ .... ◌़ ....

(ग) 77934 .... ◌़ .... ◌़ .... ◌़ .... ◌़ ....

(घ) 438325 .... ◌़ .... ◌़ .... ◌़ .... ◌़ .... ◌़ ....

(च) 185039 .... ◌़ .... ◌़ .... ◌़ .... ◌़ .... ◌़ ....

7. *रेखांकित अंकों का स्थानीय मान लिखो* -

(क) 9 6 7 4 3 ....

(ख) 8 5 4 3 2 ....

(ग) 4 6 0 7 8 ....

(घ) 5 4 3 2 1 8 ....

8. 99999 *में प्रत्येक अंक का स्थानीय मान लिखो*।

9. *पाँच अंकों की संख्या में किसी अंक का स्थानीय मान एक स्थान पर* 80000 *है*। *इसी*
अंक का मान दूसरे स्थान पर 800 *है*। *वह अंक संख्या में किस-किस स्थान पर है*

पाठ 2

स्कूल की चहारदीवारी बनवाने के लिए ईंटों की आवश्यकता है। रश्मि ईंट–भट्ठे पर गई। उसने वहाँ मुनीम से ईंटों के बारे में पूछा। मुनीम ने बताया कि ट्रैक्टर की ट्रॉली में 2000 ईंटें तथा ट्रक में 4000 ईंटें आती हैं।

आओ देखें–

किसमें अधिक ईंट आएगी, ट्रक या ट्रॉली में ?

एक ट्रक में ईंटों की संख्या = 4000

एक ट्रॉली में ईंटों की संख्या = 2000

दोनों संख्याओं में अंकों की संख्या समान है। इसलिए बड़ी संख्या जानने के लिए दोनों के हजार के अंक देखें–

4000 में हजार के स्थान पर अंक = 4

2000 में हजार के स्थान पर अंक = 2

4 > 2

इसलिए 4000 > 2000 या 2000 < 4000

ट्रक में ट्रॉली से अधिक ईंटें आएंगी।

स्वयं करो –

सही चिह्न (< या >) लगाओ –

- 6536 [ ] 5348
- 7894 [ ] 8794

देखो और समझो–

स्वयं करो –

सही चिह्न (< या >) लगाओ –

- 92568 [ ] 117804
- 325896 [ ] 23149

देखो और समझो–

स्वयं करो –

सही चिह्न (< या >) लगाओ –

- 345791 [ ] 342578
- 568157 [ ] 568734

सबसे छोटी*(smallest) *और सबसे बड़ी*(greatest) *संख्या

देखो- 25310, 40315, 16789

तीनों संख्याओं में पाँच-पाँच अंक हैं। इसलिए तीनों के दस हजारवें स्थान के अंक की तुलना करें-

4 > 2 > 1

इसमें 1 ***सबसे छोटा अंक है। इसलिए दी गई संख्याओं में*** 16789 ***सबसे छोटी संख्या होगी।***

जबकि 4 ***सबसे बड़ा है इसलिए*** 40315 ***दी गई संख्याओं में सबसे बड़ी संख्या होगी।***

आरोही*(ascending) *व अवरोही* (descending) *क्रम

आओ नीचे दी गई संख्याओं की तुलना करते हैं -

23599, 36938, 75682, 13578

इन संख्याओं में दस हजारवें स्थान पर अंक हैं-

2, 3, 7, 1

1 < 2 < 3 < 7

इस प्रकार, हम कह सकते हैं- 13578 ***ढ*** 23599 ***ढ*** 36938 ***ढ*** 75682

बढ़ता क्रम (***आरोही क्रम***)- 13578, 23599 ***ए*** 36938 ***ए*** 75682

अब इसे इस रूप में देखें-

75682 > 36938 >23599> 13578

घटता क्रम (***अवरोही क्रम***) - 75682***ए*** 36938***ए*** 23599***ए*** 13578

***पूर्ववर्ती* (predecessor) *व अनुवर्ती* (successor)**

आओ देखें- 72956 ***के ठीक पहले की संख्या कौन-सी है*** ?

हम जानते हैं कि किसी संख्या के ठीक पहले की संख्या, उस संख्या में से 1 ***घटाने पर प्राप्त होती है।***

72956 - 1 = 72955

अतः 72956 ***के ठीक पहले की*** (***पूर्ववर्ती***) ***संख्या*** - 72955

आओ देखें-

72956 ***के ठीक बाद की संख्या कौन-सी है*** ?

हम जानते हैं कि किसी संख्या के ठीक बाद की संख्या, उस संख्या में 1 ***जोड़ने पर प्राप्त होती है।***

72956+1 = 72957

अतः 72956 ***के ठीक बाद की*** (***अनुवर्ती***) ***संख्या*** - 72957

पूर्ववर्ती संख्या	*संख्या*	*अनुवर्ती संख्या*
....	45678	....
....	13579	....
....	48057	....
....	34815	....

इसे भी देखें -

2, 7, 3, 5, 9, 8 *से बनने वाली सबसे बड़ी तथा सबसे छोटी संख्या* -

सबसे बड़ी संख्या बनाने के लिए अंकों को अवरोही क्रम (***घटते क्रम***) ***में लिखते हैं*** - **987532**

सबसे छोटी संख्या बनाने के लिए अंकों को आरोही क्रम (***बढ़ते क्रम***) ***में लिखते हैं*** - **235789**

यदि अंकों में शून्य भी है तो शून्य के ठीक बाद आने वाले सबसे छोटे अंक को सबसे बाईं ओर लिखते हैं। उसके बाद शून्य लिखते हैं। जैसे - 8, 2, 1, 0, 5 ***से बनने वाली***

पाँच अंकों की सबसे छोटी संख्या 10258 होगी, 01258 नहीं।
01258 पाँच अंकों की सबसे छोटी संख्या क्यों नहीं होगी ? ....
इसी तरह 8, 2, 1, 0, 5 से बनने वाली सबसे बड़ी संख्या 85210 होगी।
हम सीख गए

- पाँच व छः अंको वाली संख्याओं की तुलना करना।
- संख्याओं को आरोही व अवरोही क्रम में लगाना।
- किसी संख्या की पूर्ववर्ती संख्या तथा अनुवर्ती संख्या ज्ञात करना।
- दिए गए अंकों से सबसे बड़ी व सबसे छोटी संख्या बनाना।
- दिए अंकों के प्रयोग से नई संख्याओं का निर्माण करना।

अभ्यास

1. सही चिह्न >, < लगाओ-
(क) 68845 68805 (ख) 49095 49097
(ग) 81468 80468 (घ) 23536 20539
2. नीचे लिखी संख्याओं की पूर्ववर्ती संख्या और अनुवर्ती संख्या लिखो -
(क) 9779 (ख) 67895 (ग) 91000 (घ) 90100 (च) 32875 (छ) 23596
3. नीचे कुछ टेलीफोन नम्बर लिखे हैं। इन्हें आरोही क्रम में लिखो -
332578, 272463, 272954, 256013
4. कोलकाता में प्रतिदिन लगभग 4000 टन, मुम्बई में 11000 टन, दिल्ली में 8390 टन तथा चेन्नई में 4800 टन कचरा निकलता है -
(क) कचरे की मात्रा का आरोही क्रम बनाओ।
(ख) सबसे अधिक कचरा किस शहर में निकलता है ?
(ग) सबसे कम कचरा किस शहर में निकलता है ?
5. किसी संख्या की अनुवर्ती एवं पूर्ववर्ती संख्याओं का अन्तर लिखो।
6. आलोक ने अपना गेहँू 88889 रुपये में बेचा जबकि दीपक ने अपना गेहूँ 88879 रुपये में बेचा। किसने गेहँू अधिक दाम में बेचा ?
7. दिए गए अंकों से सबसे बड़ी व सबसे छोटी संख्या बनाओ (किसी भी अंक को दोहराएँ नहीं)।

(*क*) 5,7,9,8,1 (*ख*) 6,2,0,3,4,5

8. ***पाँच अंकों की सबसे बड़ी संख्या की अनुवर्ती संख्या कितने अंकों की होगी*** ?

महान गणितज्ञ

श्रीनिवास रामानुजन

श्रीनिवास रामानुजन एक महान गणितज्ञ थे। इनका जन्म तमिलनाडु में हुआ था। ये विलक्षण प्रतिभा के धनी थे। इन्हें गणित में कोई विशेष प्रशिक्षण नहीं मिला फिर भी इन्होंने गणित के क्षेत्र में अद्वितीय योगदान दिया है। ये अत्यन्त जिज्ञासु प्रवृत्ति के थे। इन्हें प्रश्न पूछना बहुत पसन्द था। इनके प्रश्न कभी-कभी शिक्षकों को भी आश्चर्यचकित कर देते थे। इन्हांेने 10 ***वर्ष की आयु में पूरे जिले में प्राथमिक स्तरीय परीक्षा में सर्वाधिक अंक प्राप्त किया था। इन्होंने गणित के अनेक सूत्रों एवं प्रमेयों की रचना की। इनके जन्मदिन*** 22 ***दिसम्बर को हम गणित-दिवस के रूप मंे मनाते हैं।***

पाठ **3**

संख्याओं का जोड़ **(Addition of numbers)**

जूही अपने पिताजी के साथ माघ मेला देखने जा रही है। बस-अड्डे पर यात्रियों की भीड़ है। आने व जाने वाली बसों की घोषणा हो रही है। बसों के नम्बर माइक पर बोले जा रहे हैं। जूही ने बसों में नम्बर लिखे देखे। उसके मन में इन संख्याओं के प्रति उत्सुकता हुई।

जूही - पापा, बसों में यह नम्बर क्यों हैं?

पापा - बिटिया, जैसे हमारी पहचान के लिए आधार संख्या है, वैसे ही हर बस की पहचान के लिए एक नम्बर होता है।

जूही - अच्छा! तभी हर बस में अलग-अलग नम्बर है। एक बस की संख्या 9807 ***है तथा दूसरी की संख्या*** 6848 ***है।***

पापा - क्या तुम इन दोनों संख्याओं को जोड़ सकती हो?

जूही — हाँ–हाँ अभी जोड़ कर दिखाती हूँ।

जूही ने जोड़ा–

$$\begin{array}{r} 9\ 8\ 0\ 7 \\ +\ 6\ 8\ 4\ 8 \\ \hline {}^{1}5 \end{array}$$

सबसे पहले इकाई के अंकों को जोड़ा।

$$\begin{array}{r} 9\ 8\ 0\ 7 \\ +\ 6\ 8\ 4\ 8 \\ \hline 5\ 5 \end{array}$$

इसके बाद दहाई के अंकों को जोड़ा। इकाई के जोड़ में मिले दहाई के अंक को भी दहाइयों में जोड़ा।

$$\begin{array}{r} 9\ 8\ 0\ 7 \\ +\ 6\ 8\ 4\ 8 \\ \hline {}^{1}6\ 5\ 5 \end{array}$$

फिर सैकड़े के अंकों को जोड़ा।

$$\begin{array}{r} 9\ 8\ 0\ 7 \\ +\ 6\ 8\ 4\ 8 \\ \hline 1\ 6\ 6\ 5\ 5 \end{array}$$

इसके बाद हजार के अंकों को जोड़ा। सैकड़े के जोड़ में मिले हजार के अंक को भी हजार में जोड़ा।

9807	योज्य (Addend)
+ 6848	योज्य (Addend)
16655	योगफल (Sum)

जूही — पापा, दोनों संख्याओं का जोड़ 16655 (सोलह हजार छः सौ पचपन) है।

पापा — शाबाश !

स्वयं करें –

- 7328 + 6025
- 8761 + 5908

जूही - पापा क्या आप अगले सप्ताह मामा जी से मिलने बस से ही दिल्ली जाएंगे?

पापा - नहीं, ट्रेन से।

जूही - क्या, ट्रेन के भी नम्बर होते हैं?

पापा - हाँ बिटिया, ट्रेन के नम्बर पाँच अंकों के होते हैं।

जूही* - *आपकी ,ट्रेन का क्या नम्बर हैं ?
पापा* - *जाने वाली,ट्रेन प्रयागराज एक्सप्रेस का नम्बर 12417 ***हैं और वापस आने वाली टेªन पुरुषोत्तम एक्सप्रेस का नम्बर*** 12802 ***है।***
जूही* - *पापा, मैं दोनों ,ट्रेन की संख्याओं को जोड़कर बताऊँ ?
पापा* - *हाँ, बिल्कुल।
जूही ने जोड़ा-

1	2	4	1	7	सबसे पहले इकाई के अंकों को जोड़ा।
+1	2	8	0	2	
				9	

1	2	4	1	7	इसके बाद दहाई के अंको को जोड़ा।
+ 1	2	8	0	2	
			1	9	

1	2	4	1	7	इसके बाद सैकड़े के अंकों को जोड़ा।
+ 1	2	8	0	2	
		[1] 2	1	9	

1	2	4	1	7	इसके बाद हजार के अंको को जोड़ा।
+1	2	8	0	2	सैकड़े के जोड़ में मिले हजार के अंक
	4+1	2	1	9	को भी हजार में जोड़ा।

1	2	4	1	7	अन्त में दस हजार के अंकों को जोड़ा।
+1	2	8	0	2	
2	5	2	1	9	

֍ 85063+ 90054 ֎ 14865 + 90406

क्या आप इसी तरह छह अंक की संख्याओं को भी जोड़ सकते हैं ?
8 5 6 3 9 4 6 5 0 8 4 0
+ 3 9 0 6 8 5 + 5 3 9 9 7 8
________________ _____________
________________ ______________

***जोड़ के गुणधर्म* (properties of addition)**

जूही अपने भाई मनीष के साथ पासे को दो बार फेंक कर, प्राप्त अंकों को जोड़कर आगे बढ़ने का खेल, खेल रही हैं-
जूही ने पासे फंेके, आया 6 ***और*** 4, 6 + 4 = 10
मनीष ने पासे फेंके, आया 4 ***और*** 6, 4 + 6 = 10
जूही सोचने लगी, 6 + 4 ***और*** 4 + 6 ***दोनों का जोड़*** 10 ***है।***
मनीष- दीदी हमारी संख्याओं का जोड़ तो समान है।
दोनों ने इसी प्रकार और संख्याओं को क्रम बदल कर जोड़ा-

5 +3 = ... 8+ 5 = ...
3 +5 = ... 5+ 8 = ...

10 + 15 = ... 20 + 18+ 12 = ...
15+ 10 = ... 18 + 20 + 12 = ...
12 + 18 +20 = ...

समान संख्याओं का क्रम बदलकर जोड़ने पर योगफल में क्या कोई परिवर्तन आता है ?

संख्याओं का क्रम बदलकर जोड़ने पर उनका योगफल नहीं बदलता है।

जूही - ***पापा, आज हमने सीखा कि संख्याओं का क्रम बदलने पर उनका योगफल नही बदलता है।***

पापा - ***बहुत अच्छा! अब तुम दोनों किसी संख्या में शून्य जोड़कर देखो।***

जूही और मनीष ने संख्याआं में शून्य जोड़कर देखा-

8 + 0 = 8 15 + 0 = 15 0 + 35 = 35

दोनों ने एक साथ बोला- अरे, शून्य जोड़ने पर तो संख्या वही रहती है।

किसी संख्या और शून्य का योगफल सदैव वह संख्या ही होती है।

42 + 0 = ... 65 + 0 = ... 0 + 28 = ...

अनुमान लगाओ उत्तर पाओ-

राधा के पास 53 ***लड्डू हैं और राकेश के पास*** 38 ***लड्डू हैं। अनुमान लगाओ और बताओ दोनों के पास कुल कितने लड्डू हैं*** ?

53 ***की संख्या*** 50 ***के निकट है***

38 ***की संख्या*** 40 ***के निकट है***

अनुमानित योगफल = 50 + 40 = 90

वास्तविक योगफल = 53 + 38 = 91

अनुमान लगाकर बताओ-
* 76 + 69 * 57 + 63 * 102 + 98

वार्तिक प्रश्न

उदाहरण 1: *एक गोदाम में* 48223 *चावल की और* 19428 *गेहूँ की बोरियाँ हैं।* *बताओ गोदाम में कुल कितनी बोरियाँ हैं* ?
देखो: दिया है -
चावल की बोरियाँ = 48223
गेहूँ की बोरियाँ = 19428
ज्ञात करना है- कुल बोरियों की संख्या
= *चावल की बोरियाँ* + *गेहूँ की बोरियाँ*
48223
+19428
67651
अतः गोदाम में कुल 67651 *बोरियाँ हैं।*
उदाहरण 2: *जहीर के पास* 203482 *रुपये हैं* *जबकि मनोज के पास उससे* 54897 *रुपये अधिक हैं।* *बताओ मनोज के पास कुल कितने रुपये हैं* ?
देखो: दिया है -
जहीर की धनराशि = 203482 *रुपये*
मनोज के पास जहीर से अधिक धनराशि = 54897 *रुपये*
ज्ञात करना है - मनोज के पास कुल धनराशि
मनोज के पास कुल धनराशि = *जहीर की धनराशि* +*जहीर से अधिक धनराशि*
203482 *रुपये*
54897 *रुपये*
258379 *रुपये अतः मनोज के पास कुल* 258379 *रुपये हैं।*

- संख्याओं का क्रम बदलकर जोड़ने पर उनका योगफल नहीं बदलता है।
- किसी संख्या और शून्य का योगफल सदैव वह संख्या ही होती है।
- छः अंकों तक की संख्याओं को जोड़ना।
- दी गई संख्याओं से इबारती प्रश्नों का निर्माण करना।

(क) 45231 + 23549

(ख) 44368 + 13630 + 27432

(ग) 942751 + 46506 + 8977

(घ) 437241 + 408976 + 75462

(च) तीन लाख बावन हजार बहत्तर, दो लाख ग्यारह हजार तीन सौ नौ और तेरह हजार दो।

2. **खाली स्थान में उचित अंक लिखो –**

(क)

	◌	5	1	0	3
	4	◌	7	◌	0
+	5	4	9	8	◌
1	3	8	◌	0	1

(ख)

	6	1	3	◌	6	7
	0	1	5	2	0	◌
+	3	8	◌	9	9	0
◌	0	1	0	6	◌	3

3. 6 अंकों की सबसे छोटी और 5 अंकों की सबसे बड़ी संख्या का योगफल ज्ञात करो।

4. एक न्याय पंचायत में कुल 23670 पुरुष, 22890 महिलाएँ और 14072 बच्चे रहते हैं। न्याय पंचायत की कुल जनसंख्या कितनी है ?

5. एक परीक्षा में 81790 छात्राएँ और 75896 छात्र सम्मिलित हुए। कुल कितने परीक्षार्थियों ने परीक्षा दी ?

6. एक गाँव में किसी वर्ष 52045 किलोग्राम गेहूँ पैदा हुआ। यदि इसके अगले वर्ष 27251 किलोग्राम अधिक गेहूँ पैदा हुआ हो, तो दोनों वर्षों में कुल मिलाकर कितना गेहूँ पैदा हुआ ?

7. प्रकाश ने घर बनवाने के लिए ृ 21430 की सरिया, ृ12560 का सीमेन्ट और ृ11437 की गिट्टी खरीदी। प्रकाश ने कुल कितने रुपये खर्च किए ?

8. कोई संख्या, 245304 और 349552 के योग से 21430 अधिक है। संख्या ज्ञात करो।

9. वह संख्या बताओ जो 50780 से 15220 अधिक है।

10. अनुमान के आधार पर सही उत्तर वाले वृत्त को काला करो -

(क) 5000 + 4000 =

(1) 4000 (2) 5000 (3) 9000 (4) 12000
(ख) 400 + 500 + 100 =
(1) 600 (2) 1200 (3) 800 (4) 1000
11. संख्याओं 123 और 427 का योग करने के लिए एक इबारती प्रश्न बनाकर हल करो।

कितना सीखा-1

1. कितना होगा?
(क) 9999 में 1 जोड़ने पर
(ख) 100000 में से 1 घटाने पर
2. बताओ -
(क) चार अंकों की सबसे बड़ी और सबसे छोटी संख्या।
(ख) पाँच अंकों की सबसे बड़ी व छह अंकों की सबसे छोटी संख्या।
3. नीचे लिखी संख्याओं को शब्दों में लिखो-
(क) 10001 (ख) 40002 (ग) 250508
(घ) 9999 (च) 15979 (छ) 768562
4. नीचे लिखी संख्याओं को अंकों में लिखो-
(क) नौ हजार पाँच
(ख) सैंतीस हजार इक्कीस
(ग) तीन लाख तेईस हजार दो सौ एक
(घ) छह लाख तीन हजार बारह
5. आगे बढ़ाओ-
(क) 2901, 3901, 4901, ..., ..., ..., ...,
(ख) 51219, 52319, 53419, ..., ..., ..., ...,..
6. नीचे लिखी संख्याओं में 9 का स्थानीय मान लिखो-
(क) 32926 (ख) 65298 (ग) 94004 (घ) 934068
7. बाढ़ राहत कोष में एक जिले से पचासी हजार तीन सौ उनहत्तर रुपए एकत्र किए गए। दूसरे जिले से उनतीस हजार चार सौ छः रुपए इकट्ठे हो पाए। दोनों जिलों से कुल कितना धन एकत्र हुआ?

8. खाली जगह में उचित संख्याएँ लिखो-
(क) सैकड़ा = 1 हजार (ख) दहाई = 1 हजार
(ग) हजार = 1 लाख (घ) इकाई = 1 लाख
(च) 1000 सैकड़े = लाख (छ) दस हजार = दहाई
9. सही चिह्न (ढए त्रए झ) लगाओ-
(क) 3828 .... 3828 (ख) 69349 69349

(ग) 6001 .... 60010 (घ) 39517 38517

10. 3, 5, 8, 7 और 0 से बनने वाली पाँच अंकों की -

(क) सबसे बड़ी संख्या कौन है ?

(ख) सबसे छोटी संख्या कौन है ?

(ग) बनाई गई सबसे बड़ी व छोटी संख्याओं का योगफल कितना होगा ?

(घ) बनाई गई सबसे बड़ी व छोटी संख्याओं में 3 का स्थानीय मान बताओ ?

(च) बनाई गई सबसे बड़ी व छोटी संख्याओं में 5 के स्थानीय मानों का योग कितना होगा ?

11. संख्या बताओ -

(क) एक लाख से 1 कम (ख) नौ हजार नौ सौ निन्यानवे से एक अधिक

12. जोड़ो तथा योगफल को शब्दों में लिखो -

(क) 34755+45230 (ख) 37390+30049 (ग) 65311+13999

(घ) 67699+15489 (च) 21490+45369+64679

13. पाँच अंकों की सबसे बड़ी संख्या में छः अंकों की सबसे छोटी संख्या को जोड़ो और योगफल को शब्दों में लिखो।

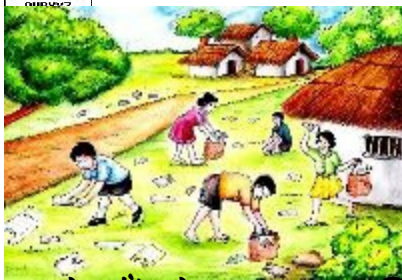
14. विधान सभा के चुनाव में विभिन्न प्रत्याशियों को मिले मतों का ब्यौरा नीचे दिया गया है-

पहला - 45673, दूसरा - 39188, तीसरा - 8739

चौथा - 4867, पाँचवाँ - 987, छठवाँ - 243

यदि 876 मत अवैध पाए गए तो कुल कितने लोगों ने मतदान में हिस्सा लिया ?

पाठ 4

(घटाना) substraction

हमारे गाँव में स्वच्छता अभियान चलाया गया। हमारी टीचर ने बताया कि प्लास्टिक की बोतल, पॉलीथीन थैलियाँ ये सब पर्यावरण के लिए हानिकारक होती हैं। हम बच्चों

की टोली ने अपने पूरे गॉव में घूमकर प्लास्टिक की बोतलें ओंर पॉलीथीन थैंलियॉ अलग-अलग इकट्ठी की। कुल 9225 *पॉलीथीन थैलियाँ ओंर* 6028 *प्लास्टिक की बोतलें इकट्ठी हुईं।*
बताओ-
स थैंलियों की संख्या अधिक है या बोतलों की ? ....
स दोनों संख्याओं का अन्तर कितना है ? ....

आओ देखें-

आओ देखें–

9225
−6028

9 2 [1+1] 5
−6 0 2 8
पहले इकाई को घटाते हैं। इकाई का अंक नहीं घटता है तो दहाई से एक उधार लेते हैं।

9 2 1 [15]
−6 0 2 8
7
1 दहाई और 5 इकाई मिलाकर 15 इकाई हुआ। अतः 15 − 8 = 7

9 [1+1] 1 5
−6 0 2 8
7
इसी तरह दहाई का अंक नहीं घटता है तो सैकड़ा में से 1 उधार लेते हैं।

9 1 [11] 5
−6 0 2 8
3 1 9 7
अतः यहाँ 11 − 2 = 9
इसके बाद सैकड़े और फिर हजार का अंक घटाते हैं।

इस प्रकार –
9225 → वियोज्य (Minuend)
− 6028 → वियोजक (Subtrahend)
3197 → अन्तर (Difference)

घटाने की क्रिया में –
जिस संख्या से घटाया जाता है, उसे वियोज्य कहते हैं। जिस संख्या को घटाया जाता है उसे वियोजक कहते हैं। घटाने से प्राप्त शेष को अन्तर कहते हैं।

आओ पाँच अंकों की संख्याओं को घटाकर देखें–

56792
−17830
62
पहले इकाई को घटाते हैं. (2 − 0 = 2)
अब दहाई को घटाते हैं. (9 − 3 = 6)

5 [6+1] 7 9 2
−1 7 8 3 0
62
इसके बाद सैकड़ों को घटाते हैं। चूँकि 7 में से 8 नहीं घटाया जा सकता है, अतः हजारवें अंक 6 से 1 उधार लेते हैं।

5 5 [17] 9 2
−1 7 8 3 0
962
1 हजार और 7 सैकड़े मिलाकर बने 17 सैकड़े। अब इसमें से 8 सैकड़े को घटाया।

[4+1] 5 7 9 2
−1 7 8 3 0
962
अब हजारवें स्थान पर स्थित 5 में से 7 नहीं घटाया जा सकता है। अतः दस हजारवें अंक 5 से 1 उधार लिया। अब 15 हजार में से 7 हजार को घटाया। अन्त में 4 दस हजार में से 1 दस हजार को घटाया।

4 [15] 7 9 2
−1 7 8 3 0
3 8 9 6 2

घटाने की यही प्रक्रिया 6 या अधिक अंकों की संख्याओं के लिए भी करते हैं।

• 26509 − 13282
• 884317 − 345208

• 3, 5, 7, 2 व 9 से बनने वाली सबसे बड़ी और सबसे छोटी संख्या का अन्तर बताओ।

वार्तिक प्रश्न -

उदाहरण 1: *सोहन के पास* 35460 *रुपये थे। उसने* 13695 *रुपए घर की मरम्मत कराने में खर्च कर दिया। अब उसके पास कितने रुपए बचे* ?
देखो: *सोहन के पास रुपये* 35460
उसने खर्च किया रुपये 13695
बचे हुए रुपयों को जानने के लिए कुल रुपयों में से खर्च किए गए रुपयों को घटाना पड़ेगा।

अतः सोहन के पास 21765 *रुपये बचे।*

उदाहरण 2: *सुखविन्दर ने टैªक्टर खरीदने के लिए बैंक से* 75000 *रुपये उधार लिए। उसने एक बार* 25476 *रुपए तथा दूसरी बार* 27896 *रुपये लौटा दिए। वह कितने रुपए और लौटाए कि उधार चुकता हो जाए* ?

देखो: *पहली बार लौटाए गए रु*0 25476

*दूसरी बार लौटाया गया रु*0 27896

*कुल लौटाया गया रु*0 25476

\+ 27896

*रु*0 53372

*उधार लिया गया रु*0 75000

*कुल लौटाया गया रु*0 53372

बैंक का कितना रुपया लौटाना शेष है। यह जानने के लिए उधार लिए गए रुपए में से कुल लौटाए गए रुपयों को घटाना पड़ेगा।

उधार लिए गए रुपये 75000

कुल लौटाए गए रुपये - 53372

शेष रुपए 21628

*अतः रु*0 21628 *लौटाया जाना शेष है।*

1. *रोहित के पास* 48490 *रुपए हैं और राजू के पास* 29360 *रुपए हैं। किसके पास अधिक रुपये हैं और कितने अधिक हैं* ?
2. *पाँच अंकों की सबसे बड़ी संख्या क्या है* ? *उसमें से चार अंकों की सबसे छोटी संख्या को घटाओ।*
3. 88003 50000 60469

-79234 - 49999 - 59871

पर्याप्त अभ्यास हो जाने के बाद उधार की क्रिया को मौखिक रूप से कराने का अभ्यास कराया जाए। शिक्षक रुपये के स्थान पर धनराशि से पहले रु. भी लिखना बताएँ।

हम सीख गए

- 6 अंकों की संख्या में से उधार लेते हुए संख्याओं को घटाना।
- वियोज्य– वियोजक = अन्तर

  या   वियोज्य = वियोजक + अन्तर
- दी गई संख्याओं से इबारती प्रश्नों का निर्माण व हल करना।

1. घटाओ –

(क) 35476 से 21349   (ख) 500000 से 484788

2. हल करो –

(क)	(ख)	(ग)
88003	60580	785431
–79999	– 47995	–689955
______	______	______

3. एक शहर की कुल जनसंख्या 756872 है। इनमें 365222 पुरुष, 229128 महिलाएँ तथा शेष बच्चे हैं। शहर में कितने बच्चे हैं ?

4. 731506 में कितना जोड़ें कि योगफल 937566 हो जाए ?

5. मोहन के पास ₹ 95490 थे। उसने ₹ 54760 की एक भैंस और ₹ 30000 की एक गाय खरीदी। उसके पास कितने रुपये बचे ?

6. यदि वियोजक 530876 हो तथा अन्तर 100250 हो तो वियोज्य का मान कितना होगा ?

7. खाली स्थान पूरा करो –

(क)
```
  3 1 ○ 3 6
  7 ○ 7 ○ 8
 ___________
    6 8 2 6
 ___________
```

(ख)
```
  9 8 2 ○ 7
– 2 ○ 1 3 8
 ___________
  6 9 ○ 1 9
 ___________
```

जोड़

प्राचीन भारतीय गणितीय पद्धति

इस विधि में किसी अंक पर एकाधिक चिह्न (॰) लगाने से उसका मान एक अधिक हो जाता है।

जैसे– $\dot{3}$ = 3 + 1 = 4

$\dot{5}$ = 5 + 1 = 6

आओ देखें –

```
  5 6
+ 2 7
-----
```

हल – प्रथम स्तम्भ – इकाई में इकाई को जोड़ो 6 + 7 = 13

13 का मान 9 से अधिक है, अतः 7 के बायें 2 पर एकाधिक चिह्न लगा देंगे – $\dot{2}$

द्वितीय स्तम्भ – दहाई में दहाई को जोड़ो 5 + $\dot{2}$ = 5 + 3 = 8

अतः

```
  5 6
+ 2̇ 7
-----
  8 3
```

आओ हल करें –

```
  8 4 3        प्रथम स्तम्भ  3 + 9 = 12
  1 6̇ 9
  -----
      2

  8 4 3        द्वितीय स्तम्भ  4 + 6̇ = 4 + 7 = 11
  1̇ 6̇ 9
  -----
    1 2

  8 4 3        तृतीय स्तम्भ = 8 + 1̇ = 8 + 2 = 10
  1̇ 6̇ 9
  -------
1 0 1 2
```

स्वयं करें –

- 88003 + 79999
- 60580 + 47995
- 785431 + 689955

प्राचीन भारतीय गणितीय पद्धति

आओ परममित्र सूत्र के प्रयोग से पूर्व परममित्र संख्याएँ जानते हैं। जब दो अंकों का योग 10 होता है तो वे अंक एक–दूसरे के परममित्र होते हैं।

अंक	परममित्र	अंक	परममित्र
1	9	6	4
2	8	7	3
3	7	8	2
4	6	9	1
5	5		

इस विधि में जब नीचे का अंक ऊपर के अंक से बड़ा हो तो नीचे के अंक के बायें अंक पर एकाधिक का चिह्न लगाते हैं और नीचे के अंक के परममित्र को ऊपर के अंक के साथ जोड़कर नीचे उत्तर के स्थान पर लिखते हैं।

जैसे–

```
5 3
3 6
```

प्रथम स्तम्भ– इकाई में से इकाई घटाना।

(1) यहाँ ऊपर का अंक 3, नीचे के अंक 6 से छोटा है।

(2) 6 के बायें ऊपर एकाधिक चिह्न लगाते हैं।

```
5 3
3̇ 6
  7
```

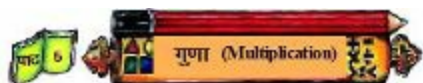
(3) 6 के परममित्र 4 को ऊपर के अंक से जोड़कर उत्तर के स्थान पर लिखते हैं – 3 + 4 = 7

```
5 3
3̇ 6
1 7
```

द्वितीय स्तम्भ– दहाई में से दहाई घटाना।

(1) यहाँ ऊपर का अंक 5 नीचे के अंक $\dot{3}$ अर्थात् 4 से बड़ा है। अतः परममित्र के प्रयोग की आवश्यकता नहीं है।

(2) 5 – 4 = 1

पाठ 5

हम जानते हैं कि किसी संख्या को बार–बार जोड़ना ही गुणा है।

जैसे : 2 + 2 + 2 + 2 + 2 + 2 = 12

या 6 बार 2 = 12

या 6 X 2 = 12

या 6 और 2 का गुणनफल 12 है।

इसी तरह मोना अपनी गुल्लक में डाले गए रुपये का भी हिसाब रखती है। वह रोज अपनी गुल्लक में माँ से लेकर ₹ 25 डालती है। उसे यह करते हुए 115 दिन हो गए हैं।

उसके पापा ने पूछा– मोना, तुम्हारी गुल्लक में कितने रुपये हुए हैं ? मोना ने हिसाब लगाया–

115 बार ₹ 25

या 115 X ₹ 25

मोना जानती है – 25 = 20 + 5

इसलिए 115 X 25 = 115 X 20 + 115 X 5

= 2300 + 575

= ₹ 2875

उसने ऐसे भी करके देखा–

```
गुण्य (Multiplicand)     1 1 5
गुणक (Multiplier)        X 2 5
                          5 7 5    (पहले 5 इकाई का 115 गुना किया)
                        2 3 0 0    (फिर 2 दहाई या 20 का 115 गुना किया)
गुणनफल (Product)        2 8 7 5    (फिर दोनों गुणनफलों को जोड़ दिया)
```

मोना ने बताया– पापा जी, मेरी गुल्लक में ₹ 2875 हो गए हैं।

- 132 X 25
- 240 X 32
- 405 X 64

आज मोना के पापा ने उसे 125 रुपये दिए। वह सोचने लगी कि यदि मैं रोज 125 रुपये गुल्लक में डालती तो 115 दिन में गुल्लक में कितने रुपये हो जाते ?

आओ इसमें मोना की मदद करें –

देखो– 115 बार ₹ 125

या 115 X ₹ 125

हम जानते हैं 125 = 100 + 20 + 5

इसलिए 115 X 125 = 115 X 100 + 115 X 20 + 115 X 5

= 11500 + 2300 + 575

= ₹ 14375

मोना के भाई अमित ने इसे ऐसे किया–

```
      1 1 5
    X 1 2 5
      5 7 5    (पहले 5 इकाई का 115 गुना किया)
    2 3 0 0    (फिर 2 दहाई या 20 का 115 गुना किया)
  1 1 5 0 0    (फिर 1 सैकड़ा या 100 का 115 गुना किया)
₹ 1 4 3 7 5    (फिर तीनों गुणनफलों को जोड़ दिया)
```

अब बताओ कि तुम्हें मोना का तरीका पसन्द है या अमित का तरीका ? ....

- 850 X 613
- 703 X 234
- 582 X 304

हमने देखा कि किसी संख्या में 100, 200, 300, ...900 का गुणा करते समय दी गई संख्या में सैकड़े के अंक 1, 2, 3 ....9 से गुणा करते हैं और प्राप्त गुणनफल के आगे दाहिनी ओर दो शून्य लिख देते हैं।

सोचो, इसी तरह 1000, 2000, 3000, ... 9000 से किसी संख्या में गुणा

करने पर क्या प्राप्त होगा ?

गुणा के गुणधर्म

1 एक आयताकार कागज के टुकड़े को 6 समान पंक्तियों और 3 समान स्तम्भों में बाँटें। देखें, कुल आयतों की संख्या है 6 X 3 = 18 अब इस आयताकार कागज के टुकड़े को चित्र के अनुसार घुमाएँ।

	1	2	3
1			
2			
3			
4			
5			
6			

अब आपके पास 3 समान पंक्तियाँ और 6 समान स्तम्भ हैं।

देखें अब कुल आयतों की संख्या है 3 X 6 = 18

अतः 6 X 3 = 3 X 6 = 18

	1	2	3	4	5	6
1						
2						
3						

(कागज पर बनाकर)

- 8 X 9 = ... और 9 X 8 = ...

अतः 8 X 9 = 9 X 8 = ...

- 15 X 12 = ... और 12 X 15 = ...

अतः .... X ....= .... X..........=..............

इस प्रकार हम कह सकते हैं कि–

संख्याओं का क्रम बदल देने पर उनका गुणनफल नहीं बदलता है।

2 आओ किसी संख्या में 1 से गुणा करके देखें –

5 X 1 = 5   32 X 1 = 32

1 X 78 = 78   1 X 312 = 312

- 68 X 1 = ...
- 1 X 95 =................
- 520 X 1 =.............

इस प्रकार हम कह सकते हैं कि–

किसी संख्या और 1 का गुणनफल सदैव वह संख्या ही होती है।

3 आओ किसी संख्या में 0 से गुणा करके देखें –

0 X 4 = 0   45 X 0 = 0

164 X 0 = 0   0 X 203 = 0

7 X 0 = ...   0 X 64 =..............

512 X 0 = ...   0 X 135 =.............

इस प्रकार हम कह सकते हैं कि –

किसी संख्या और शून्य का गुणनफल सदैव शून्य होता हैं।

वार्तिक प्रश्न

- एक डिब्बे में 172 गेंदें हैं। ऐसे ही 345 डिब्बों में कुल कितनी गेंदें होंगी ?

एक डिब्बे में गेंदों की संख्या = 172

डिब्बों की संख्या = 345

अतः कुल गेंदों की संख्या = 345 X 172

```
    3 4 5
  X 1 7 2
  -------
    6 9 0
  2 4 1 5 0
+ 3 4 5 0 0
  ---------
  5 9 3 4 0
```

अतः कुल गेंदों की संख्या 59340 होगी।

- रीना प्रति माह ₹ 375 की बचत करती है। वह 10 वर्ष में कुल कितने रुपये बचाएगी ?

1 महीने में रीना द्वारा की गई बचत = ₹ 375

1 वर्ष में महीनों की संख्या = 12

अतः 10 वर्ष में कुल महीनों की संख्या = 10X12

= 120

अतः 120 महीनों में रीना द्वारा की जाने वाली बचत = 120 X 375

```
      1 2 0
    X 3 7 5
   ---------
      6 0 0
    8 4 0 0
 + 3 6 0 0 0
   ---------
   4 5 0 0 0
   ---------
```

अतः रीना कुल ₹ 45000 बचाएगी।

यदि 1 किताब का मूल्य ₹ 235 है, तो ऐसी 148 किताबों का मूल्य क्या होगा ?

एक बाग की एक पंक्ति में 165 आम के पेड़ हैं। यदि पूरे बाग में ऐसी ही 105 पंक्तियाँ हैं, तो बाग में आम के कुल कितने पेड़ हैं ?

- तीन अंकों की संख्याओं में तीन अंकों की संख्या से गुणा करना।
- तीन अंकों पर आधारित गुणा के इबारती प्रश्नों को हल करना।
- संख्याओं का क्रम बदलने पर उनका गुणनफल नहीं बदलता है।
- किसी संख्या और 1 का गुणनफल सदैव वह संख्या ही होती है।
- किसी संख्या और शून्य का गुणनफल सदैव शून्य होता है।

अभ्यास

1. **गुणा करो –**
   - (क) 580 में 125 का
   - (ग) 500 में 232 का
   - (ख) 758 में 300 का
   - (घ) 365 में 190 का
2. **हल करो –**
   - (क) 275 X 354
   - (ख) 374 X 700
   - (ग) 294 X 901
3. एक पुस्तकालय में 25 अलमारियाँ हैं और प्रत्येक अलमारी में 275 किताबें हैं। पुस्तकालय में कुल कितनी किताबें हैं ?
4. एक घड़ी का मूल्य ₹ 560 है। ऐसी ही 108 घड़ियों का मूल्य कितना होगा ?
5. तीन अंकों की सबसे बड़ी और तीन अंकों की सबसे छोटी संख्या का गुणनफल कितना होगा ?
6. यदि एक छत से वॉटर हार्वेस्टिंग सिस्टम द्वारा 200 लीटर जल का संचय किया जा सकता है तो ऐसी ही 15 छतों से कितने लीटर जल का संचय कर सकते हैं ?
7. एक विद्यालय में 576 विद्यार्थी हैं। एक महीने में एक विद्यार्थी के मध्याह्न भोजन पर 215 रुपये खर्च होते हैं। बताओ, एक महीने में सभी विद्यार्थियों पर कुल कितने रुपये खर्च होंगे ?
8. एक दुकान में विभिन्न सामानों का मूल्य लिखा हुआ है –

₹215 ₹245 ₹199 ₹375

बताओ –

- (क) 3 स्कर्ट और 2 फ्रॉक खरीदने में कितने रुपये खर्च होंगे ?
- (ख) एक स्वेटर व 3 जोड़ी जूते का मूल्य कितना होगा ?

9. इन संख्याओं के आधार पर गुणा से सम्बंधित इबारती प्रश्न बनाओ –
   - (क) 625 और 125
   - (ख) 777 और 205

प्रोजेक्ट कार्य– बच्चों के घरेलू खरीदारी के अनुभवों के आधार पर गुणा के प्रश्न बनवाकर हल करवाएँ।

गुणा

अपने आप –2

प्राचीन भारतीय गणितीय पद्धति

आओ समझें –

$$\begin{array}{r} 23 \\ \times 12 \\ \hline 6 \\ \hline \end{array}$$

चरण 1– इकाई का इकाई से गुणा $3 \times 2 = 6$

$$\begin{array}{r} 23 \\ \times 12 \\ \hline 76 \\ \hline \end{array}$$

चरण 2– इकाई एवं दहाई के अंकों को तिर्यक (तिरछा) गुणा करके जोड़ना $(2\times2) + (1\times3) = 7$

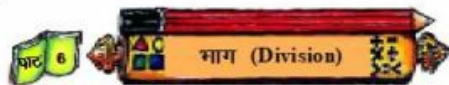
$$\begin{array}{r} 23 \\ \times 12 \\ \hline 276 \\ \hline \end{array}$$

चरण 3– दहाई का दहाई से गुणा $2\times1 = 2$

स्वयं करो –

- $\begin{array}{r} 57 \\ \times 32 \\ \hline \end{array}$
- $\begin{array}{r} 78 \\ \times 46 \\ \hline \end{array}$
- $\begin{array}{r} 17 \\ \times 56 \\ \hline \end{array}$

पाठ 6

पाठ 6 भाग (Division)

हम जानते हैं कि किसी संख्या में एक ही संख्या को बार–बार घटाना भाग है। जैसे

8 केले 4 लोगों में बराबर–बराबर बाँटने हों, तो–

पहली बार एक–एक केला बाँटने पर 8 - 4 = 4 (बचे 4 केले)

दूसरी बार एक–एक केला बाँटने पर 4 - 4 = 0 (सभी केले बँट गए)

4 लोगों में 2 बार बाँटने पर सबको 2–2 केले मिले।

किसी संख्या को बराबर–बराबर हिस्सों में बाँटना ही भाग है।

8 केले 4 लोगों में बराबर–बराबर बाँटने हों, तो–

8 ÷ 4 या 4) 8 (2

```
                 ┌── भाज्य (Dividend)
   4 ) 8 ( 2 भागफल (Quotient)
(Divisor) भाजक
     - 8
     ───
       0 शेषफल (Remainder)
```

आओ देखें– ₹ 484 को 4 लोगों में बराबर– बराबर बाँटना है। प्रत्येक व्यक्ति को कितने रुपये मिलेंगे ? पहले अनुमान लगाकर उत्तर दो– ....

अब हल करो– 484 ÷ 4

```
    1 .. ...
 4) 4 8 4
  - 4↓
  ─────
    0 8
    ...
  ─────
    0 ...
    ...
  ─────
    0 शेषफल
```

अतः प्रत्येक को मिलेंगे ₹ ....

❀ *उपर्युक्त उदाहरण को शिक्षक सभी बच्चों से गतिविधि के रूप में भी अभ्यास कराएँ।*

स्वयं करो –

- 2) 6 3 8 (
- 5) 4 7 0 (

अब हम ₹ 8550 को 12 लोगों में बराबर–बराबर बाँटते हैं–

देखो– 8550 ÷ 12

```
      7 1 2
 12) 8 5 5 0
    -8 4↓
    ─────
      1 5
     -1 2↓
    ─────
        3 0
       -2 4
      ─────
          6 शेषफल
```

अतः प्रत्येक व्यक्ति को ₹ 712 मिलेंगे और ₹ 6 शेष रहेंगे।

- भाज्य 8550 के हजार का अंक 8, भाजक 12 से छोटा है। इसलिए इससे भाग करना सम्भव नहीं है। अतः सैकड़े के अंक 5 को शामिल करने पर संख्या बनी 85, जो कि भाजक से बड़ी है। अब 85 के 12 बराबर भाग करें– 12 X 7 = 84 सात बार बँटा बचा 1

```
      7
 12) 8 5 5 0
    - 8 4
    ─────
        1
```

- अब भाज्य के दहाई अंक 5 को शेष 1 के आगे लिखेंगे। संख्या बनी 15, जो कि भाजक से बड़ी है। अब 15 के 12 बराबर भाग करें–

12 X 1 = 12 एक बार बँटा बचे 3

```
      7 1
 12) 8 5 5 0
    -8 4↓
    ─────
      1 5
     -1 2
     ────
        3
```

- अब भाज्य के इकाई अंक 0 को शेष 3 के आगे लिखेंगे। संख्या बनी 30, जो कि भाजक से बड़ी है। अब 30 के 12 बराबर भाग करें– 12 X 2 = 24 दो बार बँटा, शेष रहे 6

```
      7 1 2
 12) 8 5 5 0
    - 8 4↓
    ─────
      1 5
     - 1 2↓
     ─────
        3 0
       - 2 4
       ─────
          6 शेषफल
```

सोचो

हम अपने उत्तर के सही होने की जाँच कैसे कर सकते हैं ?

हम **भाज्य = भागफल X भाजक + शेषफल** में मान रखकर उत्तर के सही होने की जाँच करते हैं।

देखो– 8550 ÷ 12 में, 712 X 12 + 6 = ... (क्या यह भाज्य के बराबर है ?)

देखो : 63980 ÷ 15 या

```
     4265
15) 63980
  - 60↓      ← घटाओ 4 X 15
     39      ← 9 को नीचे लाओ
   - 30      ← घटाओ 2 X 15
     98      ← 8 को नीचे लाओ
   - 90      ← घटाओ 6 X15
      80     ← 0 को नीचे लाओ
    - 75     ← घटाओ 5 X 15
       5       शेषफल
```

अतः भागफल = 4265 , शेषफल = 5

अब उत्तर के सही होने की जाँच करो– ....X .... + ...= 63980

इसे भी देखो–

```
     4085
15) 61280
  - 60↓      ← घटाओ 4 X 15
     12      ← 2 को नीचे लाओ
   - 00      ← घटाओ 0 X 15
    128      ← 8 को नीचे लाओ
   -120      ← घटाओ 8 X15
      80     ← 0 को नीचे लाओ
    - 75     ← घटाओ 5 X 15
       5       शेषफल
```

यहाँ अगला अंक उतारने के बाद की प्राप्त संख्या 12 भाजक 15 से छोटी है। ऐसी स्थिति में 0 बार भाग दिया जाता है।

अतः भागफल = 4085 , शेषफल = 5

अब उत्तर के सही होने की जाँच करो– ....X .... + ...= 61280

स्वयं करो –

हल करके उत्तर की जाँच करो–

- 65058 ÷ 14
- 76030 ÷ 17
- 20595 ÷ 19

अब आओ 20, 30, 40, .. 90 से भाग करें–

17110 ÷ 20

या

```
     855
20) 17110
  - 160↓
     111
   - 100
     110
   - 100
      10  शेषफल
```

- भाज्य 17110 में 1 और 17, भाजक 20 से छोटे हैं। अतः 171 में 20 से भाग देना शुरू करते हैं।

&1lepks&20X8¾————

– इस चरण का भागफल 8 और शेष 11
– अब दहाई का अंक 1 नीचे लाते हैं। संख्या बनी 111
– अब 111 में 20 से भाग देते हैं।
– सोचो 20 X 5 = ————
– इस चरण का भागफल 5 और शेष 11

- इकाई का अंक 0 नीचे लाते हैं। संख्या बनी 110

– अब 110 में 20 से भाग देते हैं।
– इस चरण का भागफल 5 और शेष 10

भागफल = 855 , शेषफल = 10

प्राप्त उत्तर के सही होने की जाँच भी करो–

—— X —— + —— = ——

स्वयं करो – **हल करो और उत्तर की जाँच करो**

- 27240 ÷ 30
- 19259 ÷ 40
- 38612 ÷ 50

सोचो –

क्या किसी संख्या में 20, 30, 40, ... 90 से भाग करने के लिए 20,30,40 ...... 90 का पहाड़ा जानना आवश्यक है, या 2,3,4..... 9 के पहाड़े के प्रयोग से भी किया जा सकता है।

भाग के गुणधर्म

(1) शून्य में किसी संख्या से भाग देने पर भागफल सदैव शून्य ही होता है।

या 0 ÷ संख्या = 0

आओ समझें– शून्य के 9 बराबर भाग करने पर एक भाग कितना होगा ?

देखो– 0 ÷ 9 या

```
9) 0 (0
  - 0
    0   भागफल = 0
```

इसी प्रकार 0 ÷ 5 = 0, 0 ÷ 12 = 0 और 0 ÷ 12 = 0

स्वयं करो –

- 0 ÷ 8 =.........
- 0 ÷ 17 =.........
- 0 ÷ 19 =.........

सोचो –
क्या किसी संख्या में शून्य से भाग सम्भव है ? अपने मित्रों एवं शिक्षक से इस पर चर्चा करो।

(2) किसी संख्या में 1 से भाग देने पर भागफल में सदैव वह संख्या ही प्राप्त होती है।

या **संख्या ÷ 1 = संख्या**

आओ समझें – 8 में 1 से भाग करना हो तो भागफल कितना होगा ?

देखो– 8 ÷ 1

या 1) 8 (8
-8
0 **भागफल = 8**

इसी प्रकार 64 ÷ 1= 64, 348 ÷1 = 348, 5047 ÷ 1 = 5047

स्वयं करो –

- 546 ÷ 1 =.........
- 8752 ÷ 1 =.........
- 90465 ÷ 1=.........

(3) किसी संख्या में उसी संख्या से भाग देने पर भागफल सदैव 1 ही होता है।

आओ समझें – 5 में 5 से भाग करने पर भागफल कितना होगा ?

देखो– 5 ÷ 5 या 5) 5 (1
-5
0 **भागफल = 1**

इसी प्रकार 2 ÷ 2 = 1, 6 ÷ 6 = 1 और 12 ÷ 12 = 1

स्वयं करो –

- 4 ÷ 4 = ...
- 11 ÷ 11 = ...
- 18 ÷ 18 = ...

वार्तिक प्रश्न

- एक पुस्तक में 1024 पृष्ठ हैं। शिवानी एक दिन में 16 पृष्ठ पढ़ लेती है। वह कितने दिनों में पूरी पुस्तक पढ़ लेगी ?

देखो और समझो –

पुस्तक में कुल पृष्ठों की संख्या = 1024
एक दिन में पढ़े जाने वाले पृष्ठ = 16
पूरी पुस्तक पढ़ने में लगने वाले दिनों की संख्या = 1024 ÷ 16

या
```
     64
16)1024
  -96
    64
   -64
    00
```
भागफल = 64 शेषफल = 0

अतः शिवानी पूरी पुस्तक 64 दिनों में पढ़ लेगी।

- आलोक ने 10234 बैग को 50 विद्यालयों में बराबर–बराबर बाँटा। प्रत्येक विद्यालय को कितने बैग मिले और कितने बैग शेष रहे ?

देखो और समझो–

कुल विद्यालयों की संख्या	=	50
कुल बैग	=	10234
प्रत्येक विद्यालय को मिलने वाले बैग	=	10234 ÷ 50

☞ शिक्षक बच्चों को भाग के गुण–धर्मों को सत्यापित करने का पर्याप्त अवसर दें।

या

```
     2 0 4
50) 1 0 2 3 4
   -1 0 0↓
   ---------
       2 3
     - 0 0↓
   ---------
       2 3 4
     - 2 0 0
     -------
         3 4
```

भागफल = 204 , शेषफल = 34

अतः प्रत्येक विद्यालय को 204 बैग मिले और 34 शेष रहे।

स्वयं करो –

- 1 पैकेट में 12 पेन्सिलें आती हैं। 1524 पेन्सिलें ऐसे ही कितने पैकेट में रखी जा सकेंगी और कितनी शेष रहेंगी ?
- 4230 रुपये में 18 पुस्तकें खरीदी गईं। ऐसी ही 1 पुस्तकें खरीदने के लिए कितने रुपये की आवश्यकता होगी ?

हम सीख गए

- शून्य में किसी भी संख्या से भाग देने पर भागफल सदैव शून्य होता है।
- किसी भी संख्या में 1 से भाग देने पर भागफल सदैव वह संख्या ही होती है।
- किसी भी संख्या में उसी संख्या से भाग देने पर भागफल सदैव 1 होता है।
- किसी संख्या में शून्य से भाग सम्भव नहीं है।
- पाँच अंक तक की संख्याओं में दो अंक की संख्याओं से भाग करना।

1. **हल करो–** (क) 56781 ÷ 13 (ख) 43110 ÷ 15 (ग) 43028 ÷ 30
2. एक गत्ते के डिब्बे में साबुन की 15 टिकिया रखी जा सकती हैं। शैली 2340 टिकिया गत्ते के डिब्बों में रखना चाहती है। उसे कितने डिब्बों की आवश्यकता पड़ेगी ?
3. कोलकाता से नई दिल्ली तक राजधानी ट्रेन से यात्रा करने के लिए 17 व्यक्तियों की टिकट ₹ 49130 में खरीदी गईं। एक व्यक्ति के टिकट का दाम कितना है ?
4. पाँच अंकों की सबसे बड़ी संख्या में दो अंकों की सबसे छोटी संख्या से भाग दो तथा भागफल व शेषफल बताओ।
5. 8, 7, 0 व 5 अंकों से बनने वाली चार अंकों की सबसे बड़ी संख्या में, 6 व 1 अंकों से बनने वाली सबसे छोटी संख्या से भाग दो। भागफल व शेषफल लिखो।
6. किसी संख्या में 14 से भाग देने पर भागफल 203 आता है और शेष 11 बचता है, तो संख्या क्या होगी ?
7. जसविन्दर के बगीचे में 11 पंक्तियों में कुल 660 पेड़ लगे हैं। यदि हर पंक्ति में पेड़ों की संख्या समान हो, तो एक पंक्ति में कितने पेड़ लगे हैं ?

महान गणितज्ञ

भास्कराचार्य द्वितीय

भास्कराचार्य का जन्म बीजापुर कर्नाटक में हुआ था। भारतीय गणितज्ञों में भास्कराचार्य का विशेष स्थान है। इन्होंने प्रसिद्ध गणितीय ग्रन्थ 'लीलावती' की रचना की। विश्व की कई भाषाओं में इस ग्रन्थ का अनुवाद किया गया है। इनकी पुत्री का नाम लीलावती था जो स्वयं भी महान गणितज्ञ थीं।

पाठ 7

मिश्रित संक्रियाएँ (mixed operations)

श्यामा, गुरुचरन और नैन्सी अपने दोस्त रिजवान के घर आए हुए हैं। सलमा दीदी भी आई हुई हैं। दीदी ने सभी का हालचाल लिया और पढ़ाई के बारे में पूछा। सभी ने बताया कि उन्हें जोड़, घटाना, गुणा और भाग करना आ गया है।

श्यामा, गुरुचरन और नैन्सी अपने दोस्त रिजवान के घर आए हुए हैं। सलमा दीदी भी आई हुई हैं। दीदी ने सभी का हालचाल लिया और पढ़ाई के बारे में पूछा। सभी ने बताया कि उन्हें जोड़, घटाना, गुणा और भाग करना आ गया है।

सलमा दीदी ने उन्हें एक सवाल हल करने को दिया-

$4 x3 + 8\%2 -6$

सभी बोल पड़े- अरे! जोड़, घटाना, गुणा और भाग सभी एक ही सवाल में। वाह! मजा आ गया। अभी हल करते हैं। सभी हल करने में लग गए।

पहले बच्चे ने हल किया, उत्तर आया - 22

दूसरे ने हल निकाला - 4

तीसरे ने उत्तर निकाला - 10

चैथे ने हल करके बताया - 16

सभी अपने–अपने हल को सही बताने में जुट गए।
क्या आप बता सकते हैं,किसका हल सही है ?.....
सलमा दीदी ने समझाया कि ऐसे सवालों को
हल करते समय
पहले भाग की क्रिया करते हैं
फिर गुणा की क्रिया करते हैं
फिर जोड़ और अन्त में घटाने की क्रिया करते हैं।
सलमा दीदी ने कहा– अब देखो, सही हल कैसे निकलेगा ?

> मिश्र संक्रियाओं के प्रश्नों को हल करने का एक निश्चित क्रम है–
> **भागुजोघ**
> **भाग→ गुणा→जोड़ →घटाना।**

सभी बच्चों ने हल किया–

$4 \times 3 + 8 \div 2 - 6$

$= 4 \times 3 + 4 - 6$ $\quad (8 \div 2 = 4)$

$= 12 + 4 - 6$ $\quad (4 \times 3 = 12)$

$= 16 - 6$ $\quad (12 + 4 = 16)$

$= 10$ $\quad (16 - 6 = 10)$

स्वयं करो –

- $8 + 12 - 6$
- $6 \times 3 + 10$
- $4 \times 4 + 6 \div 2$
- $15 + 17 - 5 - 3$
- $5 \times 2 + 8 \times 4$
- $8 \times 3 + 12 \div 4 - 9$

सलमा दीदी ने एक सवाल और हल करने को दिया–

मोहन के पिता के पास ₹ 2000 थे। उन्होंने अपने चारो बच्चों में उसको बराबर – बराबर बाँट दिया। मोहन को माँ ने भी ₹ 200 के 2 नोट दिए । मोहन ने अपने कुल रुपये में से ₹ 435 की शर्ट खरीदी। मोहन के पास अब कितने रुपये बचे हैं ?

आओ समझें –

मोहन के पिता के पास रुपये = 2000

मोहन को पिता से मिले रुपये = 2000 ÷ 4 = 500

मोहन को माँ से मिले रुपये = 2 X 200 = 400

मोहन के पास कुल रुपये = 500 + 400 = 900

शर्ट खरीदने के बाद मोहन के पास शेष रुपये = 900 – 435 = 465

मोहन के पास शेष धन = ₹ 465

ऐसे भी समझें–

मोहन के पास शेष रुपये = 2000 ÷ 4 + 2 X 200 - 435

= 500 + 2 X 200 - 435

= 500 + 400 - 435

= 900 - 435

= 465 रुपये

स्वयं करो –

बबिता ने 500 रुपये अपने दो भाइयों राकेश और महेश में बराबर–बराबर बाँटे। महेश के पास 50 रुपये पहले से थे। महेश ने 20–20 रुपये की तीन चॉकलेट खरीदी। महेश के पास कितने रुपये बचे ? (इस सवाल को सीखे गए दोनों तरीकों से हल करें)।

हम सीख गए

- मिश्र संक्रियाओं के प्रश्नों को हल करने का एक निश्चित क्रम होता है। भाग → गुणा → जोड़ → घटाना (भागुजोघ)
(Division) → (Multiplication) → (Addition) → (Subtraction)
(DMAS)

कितना सीखा– 2

1. रिक्त स्थान में उचित चिह्न (>, <, =) लगाओ–
   (क) 4931..........4872 (ख) 1011.........11011
   (ग) 58720 ....58720 (घ) 75498......58964

2. दिए गए अंकों का केवल एक बार प्रयोग करते हुए सबसे छोटी तथा सबसे बड़ी संख्याएँ बनाओ और उन्हें सामने रिक्त स्थान में लिखो–

	अंक	सबसे छोटी संख्या	सबसे बड़ी संख्या
(क)	0,8,7,5,3	....	....
(ख)	1,0,3,5,9,4	....	....
(ग)	4,6,8,1,5,0	....	....

3. **संख्याओं को आरोही एवं अवरोही क्रम में लिखो–**
   (क) 3613, 2013, 6359, 1598 (ख) 25936, 46557, 52271, 564938

4. **नीचे दी गई संख्याओं के क्रम को आगे बढ़ाओ–**
   (क) 4, 9, 14, 19, ..., ..., ..., ...
   (ख) 15, 13, 11, 9, ..., ..., ..., ...
   (ग) 46, 40, 34, 28, ..., ..., ..., ...

5. एक तार 19 मीटर 63 सेमी लम्बा है। इसमें से 13 बराबर–बराबर टुकड़े काटे गए। प्रत्येक टुकड़े की लम्बाई कितनी होगी ?

6. 48634 से 98720 कितना अधिक है ?

7. जहीर के बैंक खाते में 1 सितम्बर को 89500 रुपये थे। उसने सितम्बर माह में 1865 रुपये, अक्टूबर महीने में 15013 रुपये और नवम्बर में 19820 रुपये निकाल लिए। पहली दिसम्बर को उसके खाते में कितने रुपए शेष बचे ?

8. पाँच अंकों की सबसे छोटी संख्या ज्ञात करो जो 75 से पूरी–पूरी बँट जाए।

1. **हल करो।**
   (क) 36 ÷ 6 X 7 - 3 + 8 (ख) 117 ÷ 9 - 5 X 2
   (ग) 12 X 8 - 11 + 4 ÷ 2 (घ) 445 + 35 ÷ 5 - 32 X 9
   (ङ) 505 ÷ 5 + 215 (च) 41 - 8 X 4 ÷ 1 + 3

2. **अनुमान लगाकर हल बताओ–**
   (क) 42 ÷ 7 X 0 (ख) 15 X 0 ÷ 5
   (ग) 126 X 0 + 1 (घ) 100 X 2 ÷ 1

3. साइकिल के एक कारखाने में 1565 तथा दूसरे कारखाने में 4236 साइकिलें प्रतिदिन बनती हैं। बताओ दोनों कारखानों में 27 दिनों में कुल कितनी साइकिलें बनेंगी ?

4. अमन ने 300 रुपये की दर से 8 बस्ते और 75 रुपये की दर से 16 रजिस्टर खरीदे। दोनों वस्तुओं में खर्च किए गए रुपये का अन्तर बताओ।

5. बरखा ने 20 रुपये की दर से 72 पेन और 200 रुपये की दर से 3 पुस्तकें खरीदीं। उसके पास अब 6500 रुपये बचे हैं। बरखा कितने रुपये लेकर बाजार गई थी ?

उचित संक्रिया चिह्न लगाओ–

12	X	5	-	10	=	50
X						
8		9		4	=	18
+						
14		3		20	=	22
=		=		=		=
110		15		60		46

9. **हल करो –**
   (क) 988 X 508 (ख) 2700 X 260
   (ग) 381 – 535 ÷ 5 + 16 X 4 (घ) 41389 ÷ 137
   (ङ.) 69739 ÷ 285 (च) 700 – 15 X 156 ÷ 4 + 3

10. 90400 और 50648 का अन्तर, 80312 और 60185 के अन्तर से कितना अधिक है ?

11. भाग के एक प्रश्न में भाजक 968, भागफल 383 और शेष 910 है। भाज्य कितना होगा ?

12. 73452 में यदि 3 के स्थान पर शून्य लिख दिया जाए तो संख्या कितनी कम हो जाएगी ? यदि 3 के स्थान पर 9 लिख दिया जाए तो संख्या कितनी अधिक हो जाएगी ?

13. दो संख्याओं का योग 25 है। यदि योगफल ही उनमें से एक संख्या हो तो दूसरी संख्या बताओ ?

14. **तालिका में दी गई संख्याओं में 6 का स्थानीय मान खाली खाने में लिखो–**

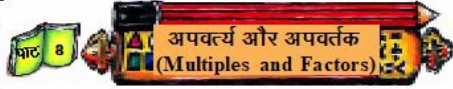
(क)	(ख)	(ग)	(घ)	(ङ.)	(च)
40946	48643	86315	67520	96542	85164

15. 15091 + 3664 + 104 **का योग होगा –**
    (क) 18859 (ख) 18959 (ग) 18869 (घ) 18848

16. 54 X 104 X 3 X 0 किसके बराबर है –
    (क) 1548 (ख) 6858 (ग) 0 (घ) 15088

पाठ 8

अपवर्त्य (Multiples)

fp=kadksns[kks

तीन गेंदें एक बार ¾ 3 x 1 = 3

तीन गेंदें दो बार = 3 x 2 = 6

तीन गेंदें तीन बार = 3 x 3 = 9

तीन गेंदें चार बार = 3 x 4 = 12

अरे, ये तो 3 का पहाड़ा बन रहा है। 3 , 6 , 9 , 12 , ...

gusns[kk&

इसी प्रकार 3, 6, 9, 12 संख्याएँ 3 से बँट जाती हैं। ये संख्याएँ 3 की गुणज या अपवर्त्य (Multiple) हैं।

- 4, 8, 12, 16 संख्याएँ 4 से बँटेंगी। ये संख्याएँ 4 की गुणज **(अपवर्त्य)** हैं।
- 5, 10, 15, 20, 25, 30 आदि संख्याएँ 5 से बँटेंगी। ये संख्याएँ 5 की **अपवर्त्य** हैं।

किसी संख्या का अपवर्त्य उस संख्या को किसी भी संख्या (Counting number) *से गुणा करने पर मिलता है।*

vkvksns[ksa& 6 के पहले तीन अपवर्त्य होंगे –

6 X 1 = 6

6 X 2 = 12

6 X 3 = 18

अतः 6 के पहले तीन अपवर्त्य हैं – 6, 12, 18

हमने देखा किसी संख्या के पहले, दूसरे, तीसरे, . . . अपवर्त्यों को प्राप्त करने के लिए हम क्रमशः 1, 2, 3 . . . से गुणा करते हैं।

स्वयं करो –

- 5 और 7 के पहले 6 अपवर्त्य लिखो ।
- 8 का तीसरा अपवर्त्य लिखो।

इन्हें भी देखे –

- क्या 3 का अपवर्त्य 12 है ?

  हाँ, क्योंकि 12 = 3 X 4
- क्या 4 का अपवर्त्य 16 है ?

  हाँ, क्योंकि 16 = 4 X 4
- क्या 5 का अपवर्त्य 14 है ?

  नहीं , क्योंकि 14 = 1 X 2 X 7, इसमें 5 नहीं है।

आओ इसे भी जानें –

- 9 के तीन अपवर्त्य लिखो जो 45 से बड़े हों –

  45 = 9 X 5 अर्थात 9, 5 बार

  अतः यदि हम 9 में 5 से बड़ी संख्या से गुणा करें तो हमें 45 से बड़े अपवर्त्य प्राप्त होंगे। जैसे –

  9 X 6 = 54, 9 X 7 = 63, 9 X 8 = 72

स्वयं करो –

- **सही उत्तर के वृत्त को काला करो –**

(क) क्या 3 का अपवर्त्य 24 है ? हाँ ○ नहीं ○

(ख) क्या 57, 5 का अपवर्त्य है ? हाँ ○ नहीं ○

- 5 के ऐसे सभी अपवर्त्य लिखो जो 40 से कम हों।

गुणनखण्ड (अपवर्तक)

 गतिविधि –

आओ 12 गोलियों को ऐसे समूहों में बाँटे कि प्रत्येक समूह में गोलियों की संख्या समान हो –

पहला तरीका ● ● ● ● ● ● ● ● ● ● ● ●

प्रत्येक समूह में मात्र 1 गोली है या 12 = 1 X 12

दूसरा तरीका ●● ●● ●● ●● ●● ●●

प्रत्येक समूह में 2–2 गोलियाँ हैं या 12 = 2 X 6

तीसरा तरीका ●●● ●●● ●●● ●●●

प्रत्येक समूह में 3–3 गोलियाँ हैं या 12 = 3 X 4

चौथा तरीका ●●●● ●●●● ●●●●

प्रत्येक समूह में 4–4 गोलियाँ हैं या 12 = 4 X 3

पाँचवा तरीका ●●●●●● ●●●●●●

यहाँ मात्र दो समूह ही बनेंगे या 12 = 6 X 2

छठवाँ तरीका ●●●●●●●●●●●●

इस समूह में सभी गोलियाँ सम्मिलित होंगी या 12 = 12 X 1

हमने देखा कि 12 गोलियों को हम 6 तरीकों से बाँट पाये जबकि प्रत्येक समूह 12 का गुणनखण्ड हुआ, क्योंकि यह 12 के बराबर टुकड़े करता है।

अतः हम कह सकते हैं कि

12 के अपवर्तक हैं– 1, 2, 3, 4, 6 एवं 12

12 का सबसे छोटा अपवर्तक 1 तथा सबसे बड़ा अपवर्तक स्वयं 12 है।

इसी प्रकार जब दो संख्याओं को आपस में गुणा करते हैं तो प्राप्त संख्या उनका गुणनफल कहलाती है। जैसे 6 X 3 = 18

यहाँ 6 और 3 का गुणनफल 18 है। 6 और 3 को 18 का गुणनखण्ड (अपवर्तक) कहते हैं।

क्या 18 के अन्य गुणनखण्ड (अपवर्तक) भी हैं ?

18 = 1 X 18 , 18 = 2 X 9 , 18 = 3 X 6 , 18 = 18 X 1

अतः 18 के अपवर्तक 1, 2, 3, 6, 9, 18 हैं।

- प्रत्येक संख्या का सबसे छोटा अपवर्तक 1 तथा सबसे बड़ा अपवर्तक वह संख्या स्वयं होती है तथा कोई भी अपवर्तक संख्या से बड़ा नहीं हो सकता है।
- एक संख्या दूसरी संख्या का गुणनखण्ड तब होती है जब पहली संख्या से दूसरी संख्या में भाग देने पर शेषफल शून्य हो।

 स्वयं करो –

- 10 के अपवर्तक ....
  16 के अपवर्तक ....
  21 के अपवर्तक ....
  24 के अपवर्तक ....

- **खाली जगह भरो –**

(क) 4 X 5 = 20 में 4 और 5 दोनों 20 के .... हैं।

(ख) 4 X 7 = 28 में ☐ और ☐ 28 के गुणनखण्ड हैं।

- **सही उत्तर के वृत्त को काला करो –**

(क) 71 का गुणनखण्ड 8 है । हाँ ○ नहीं ○

(ख) 81 का गुणनखण्ड 9 है । हाँ ○ नहीं ○

(ग) 12 के अपवर्तक 1, 6, 12 हैं । हाँ ○ नहीं ○

अभाज्य (रूढ़) संख्याएँ (Prime Numbers)

देखो : 2 = 1 X 2 अर्थात् 2 के गुणनखण्ड 1 और 2 हैं।

3 = 1 X 3 अर्थात् 3 के गुणनखण्ड 1 और 3 हैं।

5 = 1 X 5 अर्थात् 5 के गुणनखण्ड 1 और 5 हैं।

हमने देखा –

- 1 प्रत्येक संख्या का गुणनखण्ड है।
- 2, 3 व 5 के केवल दो ही गुणनखण्ड हैं, 1 और स्वयं वह संख्या।
- अभाज्य संख्याओं के केवल दो ही गुणनखण्ड होते हैं।
- 2 एकमात्र सम अभाज्य संख्या है।

उन संख्याओं को, जिनके केवल दो ही गुणनखंड (1 और स्वयं वह संख्या) हों, उन्हें **अभाज्य संख्याएँ** कहते हैं या ऐसी संख्याएँ जो केवल 1 से एवं स्वयं से विभाजित हों, वो अभाज्य संख्याएँ कहलाती हैं।

भाज्य संख्याएँ (Composite Numbers)

देखो :

- 6 = 1 X 6
  6 = 6 X 1
  6 = 3 X 2 X 1
  6 = 1 X 2 X 3

  यहाँ 6 के अपवर्तक 1, 2, 3 और 6 हैं।

- 16 = 1 X 16 16 = 8 X 2
  16 = 16 X 1 16 = 4 X 4
  16 = 2 X 8 16 = 2 X 2 X 2 X 2

  यहाँ 16 के अपवर्तक 1, 2, 4, 8, 16 हैं।

हमने देखा : 6 और 16 दोनों के अपवर्तक दो से अधिक हैं।

ऐसी संख्याएँ जिनके दो से अधिक अपवर्तक हों **भाज्य** या **यौगिक** संख्याएँ कहलाती हैं।

- 1 का केवल एक ही अपवर्तक है, इसलिए 1 न तो भाज्य संख्या है और न ही अभाज्य है।

देखो :

- क्या 23 अभाज्य संख्या है ?
  हाँ, क्योंकि 23 के केवल दो अपवर्तक 1 और 23 हैं।
- क्या 15 अभाज्य संख्या है ?
  नहीं, क्योंकि 15 के अपवर्तक 1, 3, 5 और 15 हैं जो दो से अधिक हैं। अतः 15 अभाज्य नहीं अपितु भाज्य या यौगिक संख्या है।

 स्वयं करो –

- **सही उत्तर के वृत्त को काला करो –**
  - क्या 19 अभाज्य संख्या है ? हाँ ○ नहीं ○
  - क्या 24 अभाज्य संख्या है ? हाँ ○ नहीं ○
- **निम्नलिखित में से भाज्य व अभाज्य संख्याओं को छाँटो –**
  3, 6, 7, 9, 11, 13, 15, 17, 23, 25, 31, 44

सम(Even) और विषम(Odd) संख्याएँ

हम जानते हैं कि 2 की अपवर्त्य संख्याएँ 2, 4, 6, 8, 10, ...हैं। ये सभी 2 से पूरा–पूरा विभाजित होती हैं।

ऐसी संख्याएँ जो 2 से पूरा–पूरा विभाजित होती हों, सम संख्याएँ कहलाती हैं या ऐसी संख्याएँ जो 2 की अपवर्त्य हों, सम संख्याएँ कहलाती हैं।

सोचो – क्या 20, 86, 110, 122 संख्याएँ सम संख्याएँ हैं ?

तुमने क्या निष्कर्ष निकाला ? ....

निम्नलिखित संख्याओं को देखो–

1, 3, 5, 7, 9, 11, 13, 15, 17, 19, ...

ये संख्याएँ 2 से पूरी–पूरी विभाजित नहीं होती हैं या 2 की अपवर्त्य नहीं हैं।

ऐसी संख्याओं को **विषम** संख्याएँ कहते हैं।

इन्हें भी समझें –

कोई संख्या सम है या विषम इसका पता लगाने के लिए हम उस संख्या के इकाई स्थान के अंक को देखते हैं। यदि इकाई का अंक 0, 2, 4, 6, 8 हो तो वह पूरी संख्या सम होगी नहीं तो विषम होगी।

आओ देखें–

- क्या 96 सम संख्या है ?

  96 में इकाई का अंक 6 है, जो कि सम है। इसलिए यह सम संख्या है।
- क्या 113 सम संख्या है ?

  113 में इकाई का अंक 3 है, जो कि सम संख्या नहीं है। अतः यह विषम संख्या है।

उदाहरण – 15 और 30 के बीच की सम एवं विषम संख्याएँ ज्ञात करो।

देखो : 15 और 30 के बीच की संख्याएँ होंगी :

16, 17, 18, 19, 20, 21, 22, 23, 24, 25, 26, 27, 28, 29

सम संख्याएँ – 16, 18, 20, 22, 24, 26, 28

विषम संख्याएँ– 17, 19, 21, 23, 25, 27, 29

स्वयं करो – सम संख्याओं को घेरो – 220, 333, 4186, 5361

अभाज्य गुणनखण्ड (Prime Factorization)

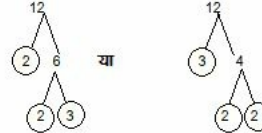
किसी संख्या को अभाज्य संख्याओं के गुणनखण्ड के रूप में व्यक्त करना अभाज्य गुणनखण्ड कहलाता है।

जैसे 6 = 2 X 3 जहाँ 2 एवं 3 अभाज्य संख्याएँ हैं।

30 = 2 X 3 X 5 जहाँ 2, 3 और 5 अभाज्य संख्याएँ हैं।

गुणनखण्ड वृक्ष (Factor Tree)

हम एक ऐसे गुणनखण्ड वृक्ष का निर्माण करते हैं जिसमें संख्या के अपवर्तकों को ऊपर से नीचे की ओर जाती हुई शाखाओं के सिरे पर लिखते हैं। किसी शाखा का अंत तब होता है जब उस पर स्थित अपवर्तक एक अभाज्य संख्या हो।

जैसे – **12 का गुणनखण्ड वृक्ष**

12 = 2 X 2 X 3 12 = 3 X 2 X 2

यहाँ 2, 2 और 3, 12 के अभाज्य गुणनखण्ड हैं।

सह–अभाज्य संख्याएँ (Co- Prime Numbers)

देखो– 9 के गुणनखण्ड (अपवर्तक) – 1, 3, 9

16 के गुणनखण्ड (अपवर्तक) – 1, 2, 4, 8, 16

दोनों संख्याओं का सार्व (उभयनिष्ठ) अपवर्तक केवल 1 है। अतः जब दो संख्याओं का सार्व अपवर्तक केवल 1 होता है, तो वे संख्याएँ **सह–अभाज्य** होती हैं। अतः 9 एवं 16 सह–अभाज्य संख्याएँ हैं।

जब दो संख्याएँ एक–दूसरे को पूरा–पूरा विभाजित नहीं करती हैं तो वे सह–अभाज्य संख्याएँ कहलाती हैं।

***क्या* 9 *और* 14 *सह-अभाज्य हैं*? ....**

इन्हें भी देखें -

दो क्रमागत संख्याएँ सदैव सह-अभाज्य होती हैं। जैसे- 11, 12

24, 25

क्या संख्याएँ 6 ***और*** 7 ***सह-अभाज्य हैं*** ?
6 = 1 ***ग*** 2 ***ग*** 3
7 = 1 ***ग*** 7 6 ***और*** 7 ***परस्पर सह-अभाज्य संख्याएँ हैं।***

सह-अभाज्य संख्याओं पर सही (Ƴü) ***का निशान लगाओ*** -
* 8, 9 * 12, 15

हम सीख गए

- दो या दो से अधिक संख्याओं का गुणनफल, उन संख्याओं का अपवर्त्य होता है।
- प्रत्येक संख्या 1 की अपवर्त्य है। जैसे – 7 = 1 x 7, 4 = 1 x 4
- प्रत्येक संख्या स्वयं की अपवर्त्य है। जैसे – 7 = 7 x 1, 5 = 5 x 1
- प्रत्येक संख्या का अपवर्त्य दी हुई संख्या से बड़ा या उस संख्या के बराबर होता है।
- 1, प्रत्येक संख्या का अपवर्तक है।
- किसी संख्या का सबसे छोटा अपवर्तक 1 तथा सबसे बड़ा अपवर्तक वह संख्या स्वयं होती है।
- प्रत्येक संख्या का अपवर्तक संख्या से छोटा या उस संख्या के बराबर होता है।
- दी गई संख्याओं के अभाज्य गुणनखण्ड करना।

अभ्यास

1. ***निम्नलिखित संख्याओं के पाँच-पाँच अपवत्र्य लिखो*** -
(***क***) 4 (***ख***) 6 (***ग***) 9
2. 35 ***का एक अपवर्तक*** 5 ***है, तो इसका दूसरा अपवर्तक क्या होगा*** ?
3. ***निम्नलिखित संख्याओं के सबसे छोटे एवं सबसे बड़े अपवर्तक बताओ-***
(***क***) 15 (***ख***) 36 (***ग***) 40 (***घ***) 45
4. 10 ***और*** 20 ***के बीच की सभी अभाज्य संख्याएँ लिखो।***
5. 30 ***के सभी अभाज्य अपवर्तक लिखो।***
6. ***दी गई संख्याओं*** 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10 ***में सभी विषम संख्याओं का योग करके, सभी सम संख्याओं के योग से अन्तर ज्ञात करो।***
7. ***संख्या*** 60 ***के अभाज्य गुणनखण्ड प्राप्त करने के लिए गुणनखण्ड वृक्ष का निर्माण करें।***
8. ***वह छोटी से छोटी संख्या बताओ जिसे किसी सम संख्या में जोड़ने पर विषम संख्या प्राप्त होती है।***
9. ***वह छोटी से छोटी संख्या बताओ जिसे किसी विषम संख्या से जोड़ने पर सम संख्या प्राप्त होती है।***
10. 51 ***और*** 71 ***के बीच की सभी सम संख्याएँ लिखो।***

पाठ 9

9H1E78

पाठ 9

लघुतम समापवर्त्य
(Least Common Multiple)

समापवर्त्य (Common Multiple)

आओ संख्या 4 और 6 के अपवर्त्यों को देखें –

4 के अपवर्त्य हैं : 4, 8, 12, 16, 20, 24, 28, ...
6 के अपवर्त्य हैं : 6, 12, 18, 24, 30, 36, 42, ...

हमने देखा कि 12 और 24, दोनों संख्याओं के अपवर्त्य हैं।

इन्हें भी देखो–

3 के अपवर्त्य : 3, 9, 12, 15, 18, 21, 24, 27, 30, 33, 36, 39. . . . .
4 के अपवर्त्य : 4, 8, 12, 16, 20, 24, 28, 32, 36, 40, 44, ...
6 के अपवर्त्य : 6, 12, 18, 24, 30, 36, 42, 48, 54, ...

हमने देखा कि 12, 24, 36, ... दी गई तीनों संख्याओं के अपवर्त्य हैं।

इस प्रकार हम कह सकते हैं कि –

ऐसे अपवर्त्य जो दी हुई सभी संख्याओं के अपवर्त्यों में शामिल (उभयनिष्ठ) हैं, उन्हें दी हुई संख्याओं का समापवर्त्य (Common Multiple) कहते हैं।

समापवर्त्य = सम + अपवर्त्य

संख्याओं 3, 4 और 6 के समापवर्त्यों में सबसे छोटा समापवर्त्य कौन है ?
सभी समापवर्त्यों में सबसे छोटा (लघुतम) समापवर्त्य 12 है। इसे लघुतम समापवर्त्य कहते हैं।
इस प्रकार हम कह सकते हैं कि –

दो या दो से अधिक संख्याओं का लघुतम समापवर्त्य वह सबसे छोटी संख्या होती है, जो उन संख्याओं से पूरी–पूरी विभाजित हो जाती है।

या

दो या दो से अधिक संख्याओं का लघुतम समापवर्त्य दी हुई सभी संख्याओं का सबसे छोटा उभयनिष्ठ अपवर्त्य होता है।

आओ देखें–

3 के अपवर्त्य हैं : 3, 6, 9, 12, 15, 18 . . . .
6 के अपवर्त्य हैं : 6, 12, 18, 24, 30, 36, . . .

3 और 6 के समान अपवर्त्य (समापवर्त्य) है – 6, 12, 18 ....

हमने देखा कि 3 और 6 के समापवर्त्यों में सबसे छोटा समापवर्त्य (लघुतम समापवर्त्य) 6 है जो कि दोनों संख्याओं का लघुतम समापवर्त्य है।

आओ फिर से देखें–

3 के अपवर्त्य हैं : 3, 6, 9, 12, 15, 18, 21, 24, 27 . . . . .
6 के अपवर्त्य हैं : 6, 12, 18, 24, 30, 36 . . . .
12 के अपवर्त्य हैं : 12, 24, 36, 48, 60, 72 . . . .

3, 6 और 12 के समान अपवर्त्य (समापवर्त्य) हैं– 12, 24, ...

तीनों संख्याओं के समापवर्त्यों में सबसे छोटा समापवर्त्य 12 है, यही दी हुई संख्याओं का लघुतम समापवर्त्य है।

हमने देखा कि यदि दी हुई संख्याओं में सबसे बड़ी संख्या, सभी संख्याओं का अपवर्त्य है तो सबसे बड़ी संख्या ही सभी संख्याओं का लघुतम समापवर्त्य होगी। इसे संक्षेप में ल0स0 भी कहते हैं।

दो या दो से अधिक संख्याओं का ल0स0, उनमें से किसी भी संख्या से कम नहीं होता है, परन्तु सबसे बड़ी संख्या के बराबर हो सकता है।

स्वयं करो ल0स0 ज्ञात करो–

- 4, 6
- 5, 10
- 2, 4, 8

सह–अभाज्य संख्याओं का ल0स0

4 और 5 का ल0स0 बताओ –

4 के अपवर्त्य = 4, 8, 12, 16, 20, 24, ...

5 के अपवर्त्य = 5, 10, 15, 20, 25, 30, ...

अतः 4 और 5 का ल0स0 =20

इसे ऐसे भी देखें –

4 और 5 सह–अभाज्य संख्याएँ हैं

इसलिए ल0स0 = 4 x 5 = 20

सह–अभाज्य संख्याओं का ल0स0 उनका गुणनफल होता है।

हम सीख गए

- दी हुई दो या तीन संख्याओं का लघुतम समापवर्त्य ज्ञात करना।

1. निम्नांकित संख्याओं का ल0स0 ज्ञात करो –

(क) 24 और 36 (ख) 12, 36 और 54 (ग) 1, 7 और 9

2. वह छोटी से छोटी संख्या ज्ञात करो जो 2, 3 और 4 से पूरी–पूरी विभाजित हो जाए।

3. 2, 3 एवं 5 का ल0स0 निकालकर उसके 3 अपवर्त्य लिखो।

4. निम्नलिखित सह–अभाज्य संख्याओं का ल0स0 ज्ञात करो–

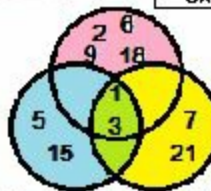
(क) 7, 5 (ख) 9, 13 (ग) 15, 19

पाठ 10

समापवर्तक (Common Factors)

15 के अपवर्तक – 1, 3, 5, 15

18 के अपवर्तक – 1, 2, 3, 6, 9, 18

21 के अपवर्तक – 1, 3, 7, 21

1 और 3 ऐसे अपवर्तक हैं जो 15, 18 और 21 तीनों संख्याओं के अपवर्तकों में सम्मिलित हैं।

अतः 1 और 3, तीनों संख्याओं के उभयनिष्ठ अपवर्तक हैं। इन्हें **सम अपवर्तक** या **समापवर्तक** कहा जाता है।

करके देखो –

15, 18 और 21 संख्याओं के दोनों समापवर्तकों से तीनों संख्याओं में भाग देकर शेषफल ज्ञात करो। क्या निष्कर्ष निकलता है ?

हमने देखा कि दी गई संख्याओं को उनके समापवर्तकों से भाग देने पर शेषफल 0 (शून्य) प्राप्त होता है।

- महत्तम का अर्थ है– सबसे बड़ा (Highest)
- समापवर्तक का अर्थ है– समान अपवर्तक (Common Factor)

36 और 54 के अपवर्तकों को देखें –

36 के अपवर्तक हैं – 1, 2, 3, 4, 6, 9, 12, 18, 36

54 के अपवर्तक हैं – 1, 2, 3, 6, 9, 18, 27, 54

36 और 54 के समापवर्तक कौन–कौन से हैं ?...

36 और 54 के सभी समापवर्तकों (1, 2, 3, 6, 9, 18) में सबसे बड़ा समापवर्तक 18 है। अतः इसे महत्तम समापवर्तक (Highest Common Factor या Greatest Common Divisor) कहते हैं। इसे संक्षिप्त में म0स0 (H.C.F. या G.C.D.) लिखते हैं।

आओ समझें – पिता जी को टमाटर के 12 पौधे और बैंगन के 18 पौधे क्यारी की विभिन्न पंक्तियों में लगाने हैं। अधिक से अधिक एक पंक्ति में कितने पौधे लगाएँ कि प्रत्येक पंक्ति में बराबर–बराबर पौधे लगें और एक भी पौधा शेष न रहे।

12 के अपवर्तक हैं – 1, 2, 3, 4, 6, 12

18 के अपवर्तक हैं – 1, 2, 3, 6, 9, 18

इनके समापवर्तक हैं– 1, 2, 3, 6

इनमें सबसे बड़ा समापवर्तक 6 है। अतः एक पंक्ति में अधिकतम 6 पौधे लगाए जा सकते हैं।

सह–अभाज्य संख्याओं का महत्तम समापवर्तक

15 के अपवर्तक हैं – 1, 3, 5, 15

16 के अपवर्तक हैं– 1, 2, 4, 8, 16

15 एवं 16 का एकमात्र समापवर्तक 1 है।

अतः 15 और 16 का महत्तम समापवर्तक 1 है।

सह–अभाज्य संख्याओं का महत्तम समापवर्तक सदैव 1 होता है।

हम सीख गए

- 1, सभी संख्याओं का सार्व (उभयनिष्ट) और सबसे छोटा अपवर्तक होता है।
- दो या दो से अधिक संख्याओं के उभयनिष्ठ गुणनखण्डों को उन संख्याओं का समापवर्तक कहते हैं।
- सह–अभाज्य संख्याओं का महत्तम समापवर्तक सदैव 1 होता है।
- दो या दो से अधिक संख्याओं का महत्तम समापवर्तक (म०स०) वह सबसे बड़ा गुणनखण्ड है, जो सभी संख्याओं का उभयनिष्ठ गुणनखण्ड या सार्व अपवर्तक हो।
- दो या दो से अधिक संख्याओं का म०स० उनमें से किसी की संख्या से बड़ा नहीं हो सकता परन्तु दी हुई संख्याओं में सबसे छोटी संख्या के बराबर हो सकता है।

कितना सीखा–3

1. **बताओ –**

   (क) छः अंकों की सबसे छोटी संख्या

   (ख) पाँच अंकों की सबसे बड़ी संख्या

   (ग) 33671 की अनुवर्ती संख्या

   (घ) 99999 की पूर्ववर्ती संख्या

2. **निम्नलिखित संख्या समूह में से छाँटकर सबसे बड़ी संख्या और सबसे छोटी संख्या लिखो–**

   (क) 45309, 99999, 89876, 34903, 99099.

   (ख) 400011, 411000, 110004, 140010, 114000.

3. एक परीक्षा में 90876 परीक्षार्थी सम्मिलित हुए जिनमें 76897 बालक हैं। बताओ बालिकाएँ कितनी हैं ?

4. दो संख्याओं का योगफल 33602 है। यदि पहली संख्या 8390 है तो दूसरी संख्या बताओ।

5. **गुणनफल बताओ –**

   (क) 440 x 200 (ख) 520 x 0 (ग) 8786 x 1

6. एक विद्यालय में 1320 छात्र हैं । यदि एक बस में कुल 66 छात्र बैठ सकते हैं, तो सभी छात्रों को ले जाने के लिए कितनी बसें चाहिए ?

7. **मान बताओ–**

   (क) $885 \div 5 \times 3 + 18 - 6$ (ख) $7 \times 50 + 32 \div 8 - 121$

   (ग) $21 \div 7 \times 18 - 2 \times 23$ (घ) $31 + 24 \div 8 \times 9 - 39$

8. 12 के दो अंकों वाले सभी अपवर्त्यों को लिखो।

9. **निम्नलिखित संख्याओं के गुणनखण्ड लिखो –**

   (क) 12 (ख) 30 (ग) 56

10. यदि 45 का एक गुणनखण्ड 9 है तो दूसरा गुणनखण्ड बताओ।

11. **निम्नलिखित शर्तों को पूरी करने वाली अभाज्य संख्याओं के तीन जोड़े लिखो–**

    (क) समान अंकों को लेकर जैसे 13 और 31

    (ख) 2 के अन्तर के साथ जैसे 5 और 7

    (ग) 10 के अन्तर के साथ जैसे 19 और 29

12. **निम्नलिखित संख्याओं में सम और विषम संख्याएँ छाँटकर लिखो–**

    68, 71, 84, 90, 93

13. **महत्तम समापवर्तक ज्ञात करो–**

    (क) 33, 121 (ख) 32, 36, 60 (ग) 65, 104

14. पाँच अंकों की सबसे छोटी संख्या लिखो और उसके सभी अभाज्य गुणनखण्ड ज्ञात करो।

15. 1 से 50 तक की सभी अभाज्य संख्याएँ लिखो।

1. **निम्नलिखित संख्याओं के महत्तम समापवर्तक ज्ञात करो–**

   (क) 9 और 15 (ख) 24 और 40 (ग) 4, 8 और 12 (घ) 12, 18 और 27

2. **निम्नलिखित संख्याओं के म०स० ज्ञात करो–**

   (क) 18, 12 (ख) 52, 78 (ग) 14, 15 (घ) 8, 20 और 24

3. वह बड़ी से बड़ी संख्या ज्ञात करो जो 24, 30 और 48 को पूरा–पूरा विभाजित करती है।

4. **सही उत्तर के वृत्त को काला करो– (अनुमान आधारित प्रश्न)**

   (i) 9 और 12 का म०स० होगा–

   (क) 15 ○ (ख) 1 ○ (ग) 12 ○ (घ) 3 ○

   (ii) 21 और 28 का म०स० होगा–

   (क) 3 ○ (ख) 7 ○ (ग) 5 ○ (घ) 4 ○

महान गणितज्ञ

ए०आर०राव

अन्नास्वामी रंगनाथ राव का जन्म 23 सितम्बर 1908 को तमिलनाडु में हुआ था। गणित के क्षेत्र में इनका अद्वितीय योगदान है। ये विक्रम साराभाई सामुदायिक विज्ञान केन्द्र में गणित विभाग के विभागाध्यक्ष भी रहे। राव ने गुजरात में गणित की प्रथम प्रयोगशाला स्थापित की तथा भारत सरकार के विज्ञान एवं प्रौद्योगिकी संस्थान द्वारा उन्हें राष्ट्रीय पुरस्कार से सम्मानित किया गया।

पाठ 11

आज सानिया का जन्म दिन है। कक्षा में उसने बच्चों के साथ मिलकर केक काटा। शिक्षिका और बच्चों को मिलाकर कुल आठ लोग हैं। सानिया चाहती है कि सभी को बराबर–बराबर केक मिले।

आप सनिया की मदद करें।

केक को 8 बराबर हिस्सों में बाँटें।

अब बताओ–

प्रत्येक बच्चे को केक का कितना हिस्सा मिलेगा ? $\frac{1}{8}$ (एक बटा आठ)

इसमें $\frac{1}{8}$ 1 → अंश, 8 → हर

हम भिन्नों को $\frac{\text{अंश}}{\text{हर}}$ के रूप में लिखते हैं और पढ़ते हैं – अंश बटा हर

अब इन पट्टियों को एक के नीचे एक सटाकर रखो और रंगे हुए भाग को देखो।

क्या चारों पट्टियों के रंगे भाग आपस में बराबर है? हम कह सकते हैं कि $\frac{1}{2}, \frac{2}{4}, \frac{3}{6}, \frac{4}{8}$ ये समतुल्य भिन्नें हैं।

इस प्रकार हम कह सकते हैं कि ऐसी भिन्नें जो एक समान भागों को दिखाती हैं, समतुल्य (Equivalent) भिन्नें कहलाती हैं।

स्वयं करो • $\frac{1}{3}, \frac{2}{6}, \frac{3}{9}, \frac{4}{12}$ भिन्नों को समान माप की पट्टियों पर बनाकर उनके समतुल्य होने की जाँच करो।

सोचो– क्या समतुल्य भिन्नों में कोई सम्बन्ध बनता दिखाई दे रहा है ?

देखो और समझो – $\frac{1}{2}, \frac{2}{4}, \frac{3}{6}, \frac{4}{8}$ .... में अंश बढ़ रहा है 1, 2, 3, 4, ...

हर बढ़ रहा है 2, 4, 6, 8 ....

अर्थात अंश और हर दोनों में क्रमशः 2, 3, 4, ... का गुणा करने पर क्रमिक समतुल्य भिन्नें प्राप्त हो रही हैं।

इसी प्रकार $\frac{1}{3}, \frac{2}{6}, \frac{3}{9}, \frac{4}{12}$ .... में भी देखो।

सोचो– क्या भिन्न के अंश व हर में समान संख्या से भाग देकर भी समतुल्य भिन्न प्राप्त की जा सकती है ?

देखो और समझो– $\frac{4}{8}, \frac{3}{6}$ व $\frac{2}{4}$

$$\frac{4 \div 4}{8 \div 4} = \frac{1}{2}$$

$$\frac{3 \div 3}{6 \div 3} = \frac{1}{2}$$

समतुल्य भिन्नों की जाँच

क्या भिन्नें $\frac{2}{3}$ एवं $\frac{6}{9}$ समतुल्य हैं ?

इसकी जाँच हेतु हम तिरछा गुणा करते हैं।

जैसे – $\frac{2}{3} \times \frac{6}{9}$

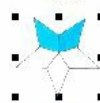
2 X 9 = 18, 6 X 3 = 18

चूँकि दोनों पदों का मान समान है

अतः $\frac{2}{3}$ एवं $\frac{6}{9}$ समतुल्य भिन्नें हैं।

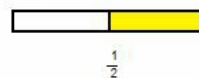
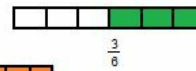
भिन्न के अंश व हर में समान संख्या से गुणा या भाग करने पर भिन्न का मान नहीं बदलता है।

अब आप चित्रों को देखकर उनके रंगीन हिस्से व सफेद हिस्सों की भिन्न लिखो–

रंगीन हिस्से की भिन्न	चित्र	सफेद हिस्से की भिन्न
$\frac{2}{5}$		$\frac{3}{5}$
$\frac{\square}{\square}$		$\frac{\square}{\square}$
$\frac{\square}{\square}$		$\frac{\square}{\square}$

समतुल्य भिन्न (Equivalent Fraction)

आओ बराबर माप की कागज की चार पट्टियाँ लें।

पहली पट्टी में $\frac{1}{2}$ भिन्न को रंग कर देखें–

$\frac{1}{2}$

इसी प्रकार दूसरी, तीसरी और चौथी पट्टी में क्रमशः $\frac{2}{4}$, $\frac{3}{6}$ और $\frac{4}{8}$ भिन्न को रंग कर देखें–

इस प्रकार $\frac{4}{8}, \frac{3}{6}, \frac{2}{4}$ भिन्न $\frac{1}{2}$ की समतुल्य भिन्नें हैं, जिन्हें क्रमशः 4, 3, 2 से अंश व हर में भाग देकर प्राप्त किया गया है।

अब आप भी $\frac{4}{12}, \frac{3}{9}, \frac{2}{6}$ के अंश व हर में क्रमशः 4, 3, 2 से भाग देकर देखो कि यह किस भिन्न की समतुल्य भिन्नें हैं ? ....

स्वयं करो –

- $\frac{5}{10}$ की क्रमिक तीन समतुल्य भिन्नें लिखो।
- क्या $\frac{1}{4}$ व $\frac{20}{40}$ समतुल्य भिन्नें हैं ?
- $\frac{2}{4}, \frac{8}{16}, \frac{9}{15}, \frac{20}{40}, \frac{5}{10}$ में कौन सी भिन्न $\frac{1}{2}$ की समतुल्य नहीं है ?

समान और असमान हर वाली भिन्नें (Like and Unlike Fractions)

इन भिन्नों में $\frac{5}{4}, \frac{3}{4}, \frac{2}{4}, \frac{1}{2}, \frac{1}{4}, \frac{2}{3}, \frac{3}{5}$ में समान हर वाली भिन्नों को देखो।

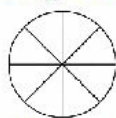
$\frac{1}{4}, \frac{2}{4}, \frac{3}{4}, \frac{5}{4}$ भिन्नों के हर समान हैं। (सभी का हर 4 है)

अतः ऐसी भिन्नें जिनके हर समान हों उन्हें समान हर वाली भिन्नें (Like Fractions) कहते हैं।

जबकि $\frac{1}{2}, \frac{2}{3}, \frac{3}{5}$ में सभी भिन्नों के हर अलग–अलग हैं। अतः ऐसी भिन्नें जिनके हर अलग–अलग होते हैं, उन्हें असमान हर वाली भिन्नें (Unlike Fractions) कहते हैं।

स्वयं करो –

- $\frac{5}{7}, \frac{4}{7}, \frac{5}{3}, \frac{2}{7}, \frac{1}{5}$ में समान हर वाली भिन्नें कौन–कौन सी हैं ? ....
- कोई भी तीन असमान हर वाली भिन्नें लिखो। ....

आओ इसे भी समझें –

दी गई भिन्न $\frac{1}{2}$ के समतुल्य हिस्सों में रंग भरना .....

चित्र में कुल छः हिस्से हैं अर्थात हर = 6

दी गई भिन्न $\frac{1}{2}$ का हर 6 बनाने पर $\Rightarrow \frac{1\times3}{2\times3}=\frac{3}{6}$

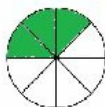
(हर को 6 बनाने के लिए अंश और हर में 3 का गुणा किया।)

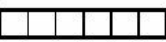
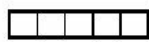
स्पष्ट है कि चित्र के 6 हिस्सों में से तीन हिस्सों में रंग भरेंगे।

इसी प्रकार दी गई भिन्न $\frac{6}{16}$ के समतुल्य हिस्सों में रंग भरना .....

चित्र में कुल 8 हिस्से हैं अर्थात हर = 8

दी गई भिन्न $\frac{6}{16}$ का हर 8 बनाने पर $\Rightarrow \frac{6\div2}{16\div2}=\frac{3}{8}$

(हर को 8 बनाने के लिए अंश और हर में 2 भाग किया।)

स्वयं करो – दी गई भिन्नों के समतुल्य हिस्सों में रंग भरो–

- $\frac{1}{3}$
- $\frac{4}{10}$

आओ करके देखें –

बराबर माप की कागज की चार पट्टियाँ लें। पहली पट्टी में $\frac{2}{3}$ भाग को रंग कर देखें। इसी प्रकार दूसरी और तीसरी पट्टी में क्रमशः $\frac{2}{5}$ और $\frac{2}{6}$ भाग को रंग कर देखें।

$\frac{2}{3}$
$\frac{2}{5}$
$\frac{2}{6}$

अब इन पट्टियों को एक के नीचे एक सटाकर रखो और रंगे हुए भाग को देखो। बताओ कौन सी भिन्न बड़ी व कौन सी छोटी है? ....

अतः हम कह सकते हैं कि $\frac{2}{3} > \frac{2}{5} > \frac{2}{6}$ (अवरोही क्रम)

या $\frac{2}{6} < \frac{2}{5} < \frac{2}{3}$ (आरोही क्रम)

भिन्नों के अंश समान होने पर बड़े हर वाली भिन्न छोटी होती है।

$\frac{3}{5}, \frac{3}{6}, \frac{3}{7}, \frac{3}{8}$ का आरोही क्रम ....

अवरोही क्रम ....

सम, विषम और मिश्र भिन्न (Proper, Improper and Mixed Fraction)

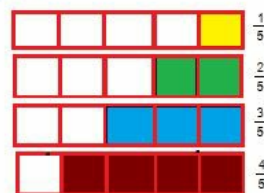
सम भिन्नें (Proper Fractions)

ऐसी भिन्न जिसका अंश, हर से छोटा होता है, उसे **सम भिन्न** कहते हैं।

जैसे– $\frac{2}{3}$ में $2 < 3$

क्या आप जानते हैं?
ऐसी भिन्नें, जिनका अंश 1 होता है, उन्हें **एक इकाई भिन्न** (Unit Fraction) कहते हैं। जैसे $\frac{1}{3}, \frac{1}{5}, \frac{1}{7}, \frac{1}{12}$

भिन्नों की तुलना (Comparison of Fractions)

आओ बराबर माप की कागज की चार पट्टियाँ लें। पहली पट्टी में $\frac{1}{5}$ भिन्न को रंग कर देखें। इसी प्रकार दूसरी, तीसरी और चौथी पट्टी में क्रमशः $\frac{2}{5}$, $\frac{3}{5}$ और $\frac{4}{5}$ भिन्न को रंग कर देखें।

अब इन पट्टियों को एक के नीचे एक सटाकर रखो और रंगे हुए भाग को देखो। बताओ कौन सी भिन्न छोटी व कौन सी बड़ी है? ....

अतः हम कह सकते हैं कि $\frac{1}{5} < \frac{2}{5} < \frac{3}{5} < \frac{4}{5}$ (आरोही क्रम)

या $\frac{4}{5} > \frac{3}{5} > \frac{2}{5} > \frac{1}{5}$ (अवरोही क्रम)

इसी प्रकार आप $\frac{1}{7}, \frac{3}{7}, \frac{4}{7}$ व $\frac{6}{7}$ भिन्नों को समान माप की पट्टियों पर बनाकर छोटी–बड़ी भिन्न की पहचान करें।

$\frac{1}{7}, \frac{6}{7}, \frac{3}{7}, \frac{4}{7}$ का आरोही क्रम ....

अवरोही क्रम ....

भिन्नों का हर समान होने पर बड़े अंश वाली भिन्न बड़ी होती है।

सोचो–

क्या इसी प्रकार अंश समान होने पर भिन्नों के छोटे–बड़े होने की पहचान की जा सकती है ?

विषम भिन्नें (Improper Fractions)

यहाँ $8 > 7$

या अंश > हर

ऐसी भिन्नें जिनमें अंश, हर से बड़ा होता है, उन्हें **विषम भिन्नें** कहते हैं।

इसे भी समझें –

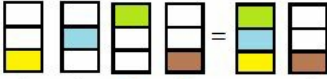
$\frac{5}{5}$ यहाँ अंश = हर = 5

ऐसी भिन्नें जिनमें अंश और हर समान हों वो भी विषम भिन्नें कहलाती हैं।

स्वयं करो –

$\frac{3}{3}, \frac{2}{4}, \frac{9}{8}, \frac{4}{9}, \frac{7}{5}, \frac{6}{6}, \frac{2}{5}, \frac{6}{3}, \frac{4}{5}, \frac{8}{5}$ में सम और विषम भिन्नें छाँटकर लिखो–

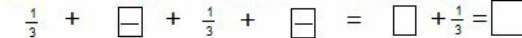
सम भिन्नें –..

विषम भिन्नें –..

सोचो– क्या विषम भिन्न को किसी अन्य तरीके से लिखा जा सकता है ?

रंगीन हिस्सों को देखें और समझें –

(एक सही एक बटा दो।)

$\frac{1}{2} + \frac{1}{2} + \frac{1}{2} = 1 + \frac{1}{2} = 1\frac{1}{2}$

3 बार $\frac{1}{2}$ या $\frac{3}{2}$

(एक सही एक बटा तीन।)

$\frac{1}{3} + \frac{1}{3} + \frac{1}{3} + \frac{1}{3} = 1 + \frac{1}{3} = 1\frac{1}{3}$

4 बार $\frac{1}{3}$ या $\frac{4}{3}$

स्वयं करो – रंगीन हिस्सों को समझकर भिन्न के रूप में खाली बॉक्स में लिखें

इस प्रकार हम कह सकते हैं कि –

जब पूर्ण संख्या के साथ सम भिन्न को मिलाकर लिखते हैं तो उसे **मिश्र भिन्न** कहते हैं।

विषम भिन्न को मिश्र भिन्न में बदलना

आओ विषम भिन्न $\frac{11}{3}$ को मिश्र भिन्न में बदलते हैं –

अंश में हर से भाग देते हैं।

भागफल को पूर्णांक, शेष को अंश तथा भाजक को हर के स्थान पर रखते हैं।

$3\overline{)11}$ भागफल 3, -9, शेष 2

अतः $\frac{11}{3} = 3\frac{2}{3}$

मिश्र भिन्न को विषम भिन्न में बदलना –

आओ $3\frac{1}{4}$ को विषम भिन्न में बदलते हैं –

$3\frac{1}{4} = 3 + \frac{1}{4}$

$= \frac{3}{1} + \frac{1}{4}$ (यहाँ 3 का अर्थ है $\frac{3}{1}$)

$= \frac{3 \times 4}{1 \times 4} + \frac{1}{4}$ ($\frac{3}{1}$ और $\frac{1}{4}$ के हर बराबर करते हैं)

$= \frac{12}{4} + \frac{1}{4}$

$= \frac{13}{4}$

इसे ऐसे भी हल करते हैं – $3\frac{1}{4} = \frac{3 \times 4 + 1}{4} = \frac{12+1}{4} = \frac{13}{4}$

भिन्न का सरलतम रूप

आओ, भिन्न $\frac{6}{18}$ के अंश एवं हर के गुणनखंड करें –

अंश 6 के गुणनखण्ड हैं – 1, 2, 3, 6

हर 18 के गुणनखण्ड हैं – 1, 2, 3, 6, 9, 18

हमने देखा अंश एवं हर का महत्तम समापवर्तक 6 है। 6 से भिन्न के अंश एवं हर को भाग देने पर भिन्न सरलतम पद में बदल जाती है।

$\frac{6 \div 6}{18 \div 6} = \frac{1}{3}$

किसी भी भिन्न के अंश एवं हर के म0स0 से अंश एवं हर दोनों में भाग देने पर वह भिन्न सरलतम या न्यूनतम रूप में बदल जाती है।

स्वयं करो –

- **विषम भिन्न को मिश्र भिन्न में बदलें –**

  (क) $\frac{17}{6}$ (ख) $\frac{19}{3}$ (ग) $\frac{21}{4}$

- **मिश्र भिन्न को विषम भिन्न में बदलें –**

  (क) $4\frac{2}{3}$ (ख) $5\frac{1}{7}$ (ग) $8\frac{1}{2}$

हम सीख गए

- छोटी एवं बड़ी भिन्न में अन्तर करना।
- दी गई भिन्न को चित्र में प्रदर्शित करना।
- भिन्न संख्या को सरल रूप में लिखना।
- सम, विषम एवं मिश्र भिन्नों की पहचान करना।

1. निम्नलिखित भिन्नों को आरोही और अवरोही क्रम में लिखो –

(क) $\frac{1}{8}, \frac{2}{8}, \frac{4}{8}, \frac{3}{8}, \frac{7}{8}, \frac{6}{8}$ (ख) $\frac{2}{7}, \frac{2}{6}, \frac{2}{5}, \frac{2}{3}, \frac{2}{9}, \frac{2}{11}$

2. भिन्न $\frac{5}{6}$ के समतुल्य ऐसी भिन्न लिखो जिसका अंश 20 हो।

3. रिक्त स्थानों की पूर्ति करो –

(क) $\frac{3}{5} = \frac{\square}{15}$ (ख) $\frac{2}{7} = \frac{\square}{42}$ (ग) $\frac{3}{4} = \frac{12}{\square}$

4. सम, विषम और मिश्र भिन्नों को छाँटकर लिखो –

$\frac{3}{4}, \frac{2}{3}, \frac{5}{5}, \frac{4}{5}, \frac{11}{3}, \frac{13}{7}, 2\frac{5}{7}, 1\frac{6}{7}$

5. रिक्त स्थान में उचित चिह्न (>, =, <) लगाओ –

(क) $\frac{5}{6} \square \frac{11}{12}$ (ख) $\frac{1}{2} \square \frac{1}{3}$ (ग) $\frac{5}{12} \square \frac{1}{2}$ (घ) $\frac{10}{3} \square \frac{4}{3}$

6. नीचे दिए गए कथनों में सही (✓) या गलत (X) का चिह्न लगाओ–

(क) सम भिन्न का अंश हर से बड़ा होता है। ☐

(ख) विषम भिन्न का अंश हर से बड़ा होता है। ☐

(ग) $\frac{5}{5}$ विषम भिन्न है। ☐

(घ) $\frac{6}{8}$ विषम भिन्न है। ☐

(ङ) मिश्र भिन्न सदैव एक के बराबर या एक से बड़ी होती है। ☐

7. उत्तर लिखो –

(क) ऐसी पाँच भिन्नें जिनका मान 1 हो।

(ख) ऐसी तीन भिन्नें जो 2 के बराबर हों।

8. कौन सी भिन्न सरलतम रूप में है –

(क) $\frac{9}{11}$ (ख) $\frac{2}{4}$ (ग) $\frac{3}{6}$ (घ) $\frac{6}{9}$

जादुई वर्ग बनाना

जादुई वर्ग, संख्याओं का ऐसा वर्ग होता है जिसकी प्रत्येक पंक्ति, प्रत्येक स्तम्भ एवं प्रत्येक विकर्ण का योग समान रहता है। आज हम लोग 9 क्रमागत संख्याओं से बनने वाले जादुई वर्ग को बनाना सीखेंगे।

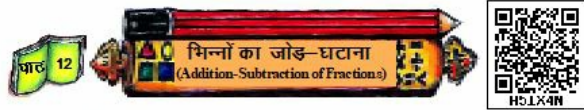
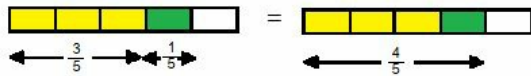
1 से 9 संख्या का जादुई वर्ग

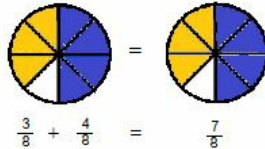
A	B	C	D	E	F	G	H	I
1	2	3	4	5	6	7	8	9

BEH और DEF दो विकर्ण बनाते हैं। B और D के मध्य का A, वर्ग में विकर्णवत चलकर H एवं F के मध्य जायेगा तथा H एवं F के मध्य का I, B एवं D के मध्य जायेगा। इसी प्रकार C और G भी अपना स्थान परिवर्तन करेंगे।

अतः 1 से 9 तक अंकों से बनने वाला जादुई वर्ग

इसी प्रकार 4 से 12 तक संख्याओं से बनने वाला जादुई वर्ग देखो –

पाठ 12

हम जानते हैं कि –

इसे इस प्रकार हल करते हैं– $\frac{3}{5} + \frac{1}{5} = \frac{4}{5}$

इसी प्रकार –

$\frac{3}{8} + \frac{4}{8} = \frac{7}{8}$

अतः स्पष्ट है कि –

समान हर वाली भिन्नों का योग = $\frac{\text{भिन्नों के अंशों का योग}}{\text{भिन्नों का समान हर}}$

उदाहरण

गन्ने के कुल आठ बराबर हिस्से किए गए। मीना ने गन्ने का $\frac{1}{8}$ हिस्सा खाया, राहुल ने $\frac{5}{8}$ हिस्सा खाया। दोनों ने मिलाकर गन्ने का कितना हिस्सा खाया?

हल : मीना ने गन्ने का हिस्सा खाया $= \frac{1}{8}$

राहुल ने गन्ने का हिस्सा खाया $= \frac{5}{8}$

मीना और राहुल ने मिलाकर गन्ने का कुल हिस्सा खाया $= (\frac{1}{8} + \frac{5}{8})$

$= \frac{(1+5)}{8} = \frac{6}{8}$

अतः मीना और राहुल ने गन्ने का $\frac{6}{8}$ भाग मिलाकर खाया।

समान हर वाली मिश्र संख्याओं का जोड़

$2\frac{1}{3} + 4\frac{1}{3}$

$= \frac{7}{3} + \frac{13}{3}$

$= \frac{7+13}{3}$

$= \frac{20}{3}$

$= 6\frac{2}{3}$

मिश्र भिन्नों को हल करते समय उसे पहले विषम भिन्न में बदलते हैं फिर हर समान होने पर अंशों का योग कर लेते हैं।

इसे भी जानें–

$2\frac{1}{3} + 4\frac{1}{3}$

$= 2 + 4 + \frac{1}{3} + \frac{1}{3}$

$= 6 + \frac{1+1}{3}$

$= 6 + \frac{2}{3}$

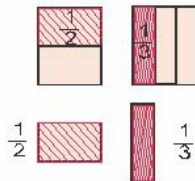
$= 6\frac{2}{3}$

स्वयं करो –

- $3\frac{1}{4} + 2\frac{1}{4}$
- $2\frac{1}{5} + 2\frac{2}{5}$

असमान हर वाली भिन्नों का जोड़

आओ $\frac{1}{2} + \frac{1}{3}$ को हल करें–

यहाँ दिए गए चित्र में दोनों टुकड़ों के आकार अलग–अलग हैं अतः ऐसी भिन्नों को जोड़ना तब तक संभव नहीं होगा, जब तक ये टुकड़े एक जैसे न हों। ऐसी भिन्नों को जोड़ने के लिए सर्वप्रथम भिन्नों के हर को समान करना पड़ेगा जिससे सभी टुकड़े एक समान हो जाएँ।

स्वयं करो –

- **नीचे दिए गए चित्रों में नीले और लाल भाग को भिन्न के रूप में लिखो–**

(क) नीला = लाल =

(ख) नीला = लाल =

(ग) नीला = लाल =

- **नीचे दी गई भिन्नों को जोड़ो–**

(क) $\frac{2}{5} + \frac{1}{5}$ (ख) $\frac{4}{9} + \frac{3}{9}$ (ग) $\frac{12}{17} + \frac{4}{17}$

आओ देखें –

$\frac{9}{15}$ और $\frac{8}{15}$ सम भिन्नें हैं। इनका योग कैसे करेंगे ?

हल : $\frac{9}{15} + \frac{8}{15} = \frac{9+8}{15}$

$= \frac{17}{15}$

$= 1\frac{2}{15}$

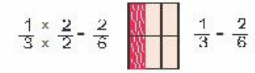
$\frac{17}{15}$ को मिश्र भिन्न में बदलने पर

हर समान करने के लिए हम सभी हरों का ल०स० लेते हैं। $\frac{1}{2}$ और $\frac{1}{3}$ में हर 2 एवं 3 है। इनका ल०स० 6 है। अब प्रत्येक भिन्न की हर को 6 बनाएंगे।

हर 2 को 6 बनाने के लिए अंश व हर में 3 से गुणा करते हैं। $\frac{1 \times 3}{2 \times 3} = \frac{3}{6}$; $\frac{1}{2} = \frac{3}{6}$

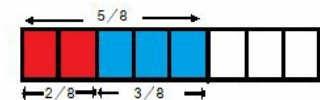
इसी प्रकार–

हर 3 को 6 बनाने के लिए अंश व हर में 2 से गुणा करते हैं। $\frac{1 \times 2}{3 \times 2} = \frac{2}{6}$; $\frac{1}{3} = \frac{2}{6}$

$\frac{3}{6} + \frac{2}{6} = \frac{5}{6}$

इसे भी देखो–

$\frac{1}{4} + \frac{3}{8}$

$\frac{1 \times 2}{4 \times 2} = \frac{2}{8}$

$\frac{2}{8} + \frac{3}{8} = \frac{5}{8}$

स्वयं करो –

- **रिक्त स्थानों की पूर्ति करो –**

(क) $\frac{1}{3} + \square = \frac{2}{3}$ (ख) $\frac{1}{4} + \frac{3}{5} = \frac{3}{5} + \square$

- **हल करो –**

(क) $\frac{3}{5} + \frac{2}{4}$ (ख) $\frac{1}{3} + \frac{1}{5}$

भिन्नों का घटाना

उदाहरण :

गन्ने के कुल आठ बराबर हिस्से किए गए। मीना ने गन्ने का $\frac{1}{8}$ हिस्सा खाया, राहुल ने $\frac{5}{8}$ हिस्सा खाया। गन्ने का कितना हिस्सा राहुल ने मीना से अधिक खाया ?

हल : राहुल ने गन्ने का हिस्सा खाया = $\frac{5}{8}$

मीना ने गन्ने का हिस्सा खाया = $\frac{1}{8}$

गन्ने का वह हिस्सा जो राहुल ने मीना से अधिक खाया = $\frac{5}{8} - \frac{1}{8}$

$= \frac{5-1}{8}$

$= \frac{4}{8}$

गन्ने का $\frac{4}{8}$ भाग राहुल ने मीना से अधिक खाया।

स्वयं करो –

- **हल करें –**

(क) $\frac{9}{10} - \frac{4}{10}$ (ख) $\frac{11}{25} - \frac{8}{25}$ (ग) $\frac{14}{30} - \frac{7}{30}$

समान हर वाली मिश्र भिन्नों का घटाना

$3\frac{2}{5} - 2\frac{1}{5}$

$= \frac{17}{5} - \frac{11}{5}$

$= \frac{17-11}{5}$

$= \frac{6}{5}$

$= 1\frac{1}{5}$

स्वयं करो –

- $\frac{1}{2}$ कितना कम है $2\frac{1}{4}$ से ?
- $\frac{2}{3}$ में कितना जोड़ें कि $\frac{5}{6}$ हो जाए ?

वार्तिक प्रश्न–

उदाहरण 1 : एक टंकी का $\frac{6}{8}$ भाग पानी से भरा है। टंकी का कितना भाग खाली है।

हल : टंकी का पानी से भरा भाग $= \frac{6}{8}$

टंकी का खाली भाग $= 1 - \frac{6}{8}$

$= \frac{1}{1} - \frac{6}{8}$

$= \frac{8-6}{8} = \frac{\not{2}^{1}}{\not{8}_{4}}$

$= \frac{1}{4}$

अतः टंकी का $\frac{1}{4}$ भाग खाली है।

हम सीख गए

- समान हर वाली भिन्नों का योग $= \frac{\text{भिन्नों के अंशों का योग}}{\text{भिन्नों का समान हर}}$
- समान हर वाली भिन्नों का अन्तर $= \frac{\text{भिन्नों के अंशों का अन्तर}}{\text{भिन्नों का समान हर}}$
- भिन्नों के जोड़ एवं घटाने के प्रश्नों को पहचान कर उन्हें हल करना।

स्वयं करो –

- **हल करें –**

(क) $2\frac{3}{5} - 1\frac{2}{5}$ (ख) $4\frac{5}{7} - 3\frac{2}{7}$

असमान हर वाली भिन्नों का घटाना

1. $\frac{2}{3}$ में से $\frac{3}{5}$ घटाएँ

यहाँ दोनों भिन्नों के हर असमान हैं। अतः पहले दोनों भिन्नों के हरों को समान करेंगे।

हर को समान करने के लिए हम दोनों हरों का ल0स0 ज्ञात करेंगे।

3 और 5 का ल0स0 = 15

$\frac{2}{3} = \frac{2 \times 5}{3 \times 5} = \frac{10}{15}$ (हर को ल0स0 के बराबर करने के लिए अंश और हर में 5 का गुणा किया।)

$\frac{3}{5} = \frac{3 \times 3}{5 \times 3} = \frac{9}{15}$ (हर को ल0स0 के बराबर करने के लिए अंश और हर में 3 का गुणा किया।)

हर समान होने पर घटाएँ

$\frac{10}{15} - \frac{9}{15} = \frac{10-9}{15} = \frac{1}{15}$

2. $\frac{5}{6}$ और $\frac{2}{3}$ में कितना अन्तर है ?

अन्तर प्राप्त करने के लिए $\frac{5}{6}$ में से $\frac{2}{3}$ घटायेंगे– $\frac{5}{6} - \frac{2}{3}$

चूँकि हर असमान है,

अतः $\frac{2}{3} = \frac{2 \times 2}{3 \times 2} = \frac{4}{6}$

$\frac{5}{6} - \frac{4}{6} = \frac{5-4}{6}$

$= \frac{1}{6}$

1. हल करो –

(क) $\frac{9}{13} + \frac{5}{13}$ (ख) $1 - \frac{7}{20}$ (ग) $\frac{13}{15} - \frac{9}{15}$

2. चार–दसवें भाग में तीन–दसवाँ भाग जोड़ने पर कितना होगा ?

3. पाँच–सातवें भाग में से दो–सातवाँ भाग घटाने पर कितना होगा ?

4. सरल करो –

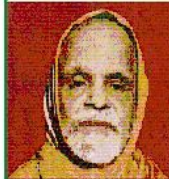
(क) $2\frac{3}{4} + 2$ (ख) $6\frac{3}{7} + 5\frac{4}{7}$ (ग) $\frac{9}{7} - \frac{2}{3}$

5. (क) $\frac{4}{8}$ कितना कम है 1 से ? (ख) 2 में से कितना घटाएँ कि $1\frac{1}{4}$ हो जाए ?

6. एक मेढ़क ने पहली बार $\frac{7}{10}$ मीटर की छलाँग लगायी और दूसरी बार में $\frac{3}{10}$ मीटर। किस बार उसकी छलाँग अधिक लम्बी रही और कितनी ?

7. $\frac{1}{16}$ को पूर्ण (Whole) बनाने के लिए उसमें कितना जोड़ा जाए ?

8. एक झण्डे के उण्डे का $\frac{1}{5}$ हिस्सा जमीन के अन्दर है तो जमीन के ऊपर कितना हिस्सा होगा ?

महान गणितज्ञ

स्वामी भारती कृष्ण तीर्थ

ये जगन्नाथपुरी के शंकराचार्य थे। इन्होंने वैदिक गणित की खोज कर समस्त विश्व को आश्चर्यचकित कर दिया। इन्होंने वैदिक गणित के 16 मूल सूत्र और 13 उप सूत्र दिए हैं। इनके अनुसार वैदिक गणित हमारे मस्तिक के दोनों पक्षों बायें तथा दायें (तार्किकता तथा सृजनात्मकता) का समान रूप से विकास करती है।

पाठ 13

दशमलव(Decimal)

दशमलव संख्या को लिखना-पढ़ना

सानिया के जन्मदिन की तरह शीला के जन्मदिन पर भी केक बाँटा गया। शिक्षिका ने पूछा क्या सबको बराबर-बराबर केक मिला है? सभी ने कहा हाँ। सोचो, अगर हम केक को 10 लोगों में बाँटते तो क्या होता?

आओ देखें -

कुल 10 बराबर हिस्से

1 हिस्सा

यहाँ इस एक हिस्से को भिन्न के रूप में लिखेंगे– $\frac{1}{10}$, इसमें अंश □ है हर □ है। यह 1 हिस्सा उस केक का दशांश है जिसे हम 'दसवाँ' या 'एक दसवाँ' कहते हैं–

- इस एक दसवाँ को भिन्न के रूप में $\frac{1}{10}$ लिखते हैं।
- इसे दशमलव संख्या के रूप में 0.1 लिखते हैं।

जब किसी दशमलव संख्या में दशमलव के पूर्व इकाई स्थान पर कोई अंक न हो तो हम दशमलव के पूर्व **0(शून्य)** लिखते हैं। जैसे– .8 को 0.8 लिखते हैं।

आओ इसे तालिका के द्वारा समझें -

चित्र	संख्या		भिन्न में	पढ़ने का
	1 दसवाँ	$\frac{1}{10}$	0.1	शून्य
	2 दसवाँ	$\frac{2}{10}$	0.2	शून्य
	3	$\frac{3}{10}$	0.3	शून्य
	4	$\frac{4}{10}$	0.4	शून्य
	5	$\frac{5}{10}$	0.5	शून्य

अब तालिका देखकर तुम बता सकते हो कि
को क्या कहेंगे ? इसे दशमलव भिन्न के रूप में कैसे लिखेंगे और कैसे पढ़ेंगे ?
हमने देखा कि
दशमलव एक बिन्दु (.) की तरह है जो इकाई और दसवाँ के अंक के बीच में प्रयोग होता है।

देखो, समझो और पूरा करो -

दशमलव में	पढ़ने का तरीका		भिन्न	संख्या
0.6	शून्य	$\frac{6}{10}$	6 दसवाँ	
0.5	शून्य			
		$\frac{4}{10}$		
	शून्य		8	
0.9		$\frac{9}{10}$	9	

सौवाँ और हजारवाँ स्थान की समझ

आज गणित की कक्षा में चर्चा करते हुए सर ने बताया जिस प्रकार किसी एक वस्तु के 10 बराबर हिस्सों में से हर एक हिस्सा दसवाँ हिस्सा कहलाता है। उसी प्रकार किसी एक वस्तु के 100 बराबर हिस्सों में से हर एक हिस्सा सौवाँ हिस्सा कहलाता है।

आओ इसे देखें और समझें–

यह सौ बराबर खानों वाला बॉक्स है।

सर ने रानी से पूछा– इस 100 खानों में से जो एक खाना रंगा हुआ है। वह इन पूरे खानों का कौन सा भाग होगा ?

रानी – एक सौवाँ भाग

सर – शाबाश ! फरीदा बताओ इसे भिन्न के रूप में कैसे लिखेंगे ?

फरीदा– $\frac{1}{100}$

सर – बहुत अच्छा ! दीपू बताओ कि इसे दशमलव भिन्न के रूप में कैसे लिखेंगे ?

दीपू – 0.01

आओ देखें और समझें –

100 समान खानों में रंगीन खानों की संख्या	संख्या	भिन्न के रूप में लिखना	दशमलव भिन्न में लिखना	दशमलव भिन्न को पढ़ने का तरीका
1 रंगीन खाना	1सौवाँ / शतांश	$\frac{1}{100}$	0.01	शून्य दशमलव शून्य एक
2 रंगीन खाना	2 सौवाँ	$\frac{2}{100}$	0.02	शून्य दशमलव शून्य दो
10 रंगीन खाना	10 सौवाँ	$\frac{10}{100}$	0.10	शून्य दशमलव एक शून्य
11 रंगीन खाना	11 सौवाँ	$\frac{11}{100}$	0.11	शून्य दशमलव एक एक
99 रंगीन खाना	99 सौवाँ	$\frac{99}{100}$	0.99	शून्य दशमलव नौ नौ

इसी तरह हजारवाँ, दस हजारवाँ या आगे की दशमलव भिन्न संख्याओं की समझ विकसित करें।

देखो, समझो और पूरा करो–

संख्या	भिन्न के रूप में	दशमलव भिन्न में	पढ़ते हैं	चित्र के रूप में
1 सौवाँ	$\frac{1}{100}$	0.01	शून्य दशमलव शून्य एक	100 बराबर खानों में से [1] रंगीन भाग
25 सौवाँ	____	____	____	100 बराबर खानों में से [ ] रंगीन भाग
98 सौवाँ	____	____	____	100 बराबर खानों में से [ ] रंगीन भाग
1 हजारवाँ	$\frac{1}{1000}$	0.001	शून्य दशमलव शून्य शून्य एक	1000 बराबर खानों में [1] रंगीन भाग
100 हजारवाँ	____	____	____	1000 बराबर खानों में [ ] रंगीन भाग
999 हजारवाँ	____	0.999	शून्य दशमलव नौ नौ नौ	1000 बराबर खानों में [ ] रंगीन भाग

दशमलव संख्या का विस्तारित रूप

दशमलव संख्या के विस्तारित रूप को समझने के लिए स्थानीय मान तालिका बनाते हैं।

द0	इ0	दसवाँ	सौवाँ
10	1	$\frac{1}{10}$	$\frac{1}{100}$

माना संख्या 45.63 का विस्तार करना है।
इसे स्थानीय मान तालिका में दर्शायेंगे।
45.63 का विस्तार स्थानीय मान के अनुसार

द0	इ0		दसवाँ	सौवाँ
4	5	R	6	3

4 दहाई + 5 इकाई + 6 दसवाँ + 3 सौवाँ

या $4 \times 10 + 5 \times 1 + 6 \times \frac{1}{10} + 3 \times \frac{1}{100}$

या $40 + 5 + \frac{6}{10} + \frac{3}{100}$

या 45 + 0.6 + 0.03

यह 45.63 का विस्तारित रूप है।

आओ इसे भी देखें-

विस्तारित रूप को दशमलव भिन्न में बदलना-

200 + 40 + 8 + 8 ***दसवाँ*** + 9 ***सौवाँ***

हलः 200 + 40 + 8 + 8 ***दसवाँ*** + 9 ***सौवाँ***

= 200 + 40 + 8 + +

= 200 + 40 + 8 + 0.8 + 0.09

= 248 + 0.8 + 0.09

= 248.89

इसे ऐसे पढ़ते हैं -

दो सौ अड़तालिस दशमलव आठ नौ, न कि दो सौ अड़तालिस दशमलव नवासी

1. ***नीचे लिखे दशमलव भिन्नों का विस्तारित रूप लिखो-***

(***क***) 40.023 (***ख***) 97.123 (***ग***) 107.23

2. ***नीचे लिखी दशमलव भिन्नों को स्थानीय मान तालिका में दर्शाओ-***

(***क***) 473.374 (***ख***) 20.02 (***ग***) 97.78

- ***पूर्णांक संख्या दशमलव के बायीं ओर लिखी जाती है।***
- ***दशमलव के बाद के अंकों को अलग-अलग पढ़ते हैं।***
- ***यदि दशमलव के बायीं ओर कोई भी पूर्ण संख्या न हो तो वहाँ 0 (शून्य) लिखते हैं।***
- ***दशमलव संख्याओं में दसवाँ, सौवाँ एवं हजारवाँ आदि स्थानो को पहचान कर उनका मान ज्ञात करना।***

1. विस्तारित रूप में लिखी संख्याओं को दशमलव भिन्न में लिखो –

(क) $\frac{7}{10} + \frac{3}{100}$ (ख) $60 + 3 + \frac{1}{10} + \frac{9}{100}$ (ग) $8 + \frac{0}{10} + \frac{3}{100}$

2. दशमलव संख्याओं को विस्तारित रूप में लिखो –

(क) 0.035 (ख) 74.62 (ग) 40.624

3. नीचे दी गई दशमलव संख्याओं को भिन्न में बदलो –

(क) 0.59 (ख) 0.78 (ग) 0.07 (घ) 0.045

4. नीचे दिए गए भिन्नों को दशमलव में बदलो –

(क) $\frac{8}{10}$ (ख) $\frac{9}{100}$ (ग) $\frac{28}{100}$ (घ) $\frac{12}{1000}$

5. अंकों में लिखो –

(क) तेरह दशमलव नौ पाँच (ख) सात दशमलव शून्य तीन

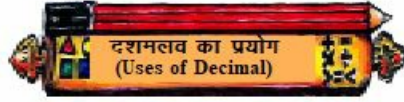
(ग) शून्य दशमलव सात तीन नौ (घ) एक सौ सत्रह दशमलव सात एक

6. 65.479 में निम्नलिखित स्थानों के अंक बताओ –

(क) दसवाँ स्थान (ख) सौवाँ स्थान (ग) हजारवाँ स्थान

7. नीचे लिखी दशमलव भिन्नों को स्थानीय मान तालिका बनाकर दिखाओ –

(क) 24.578 (ख) 63.04 (ग) 5.001 (घ) 51.021

पाठ 14

शिक्षिका – हम जानते हैं कि 1 मीटर = 100 सेमी

सोनम क्या तुम बता सकती हो कि 1 सेमी में कितने मीटर होंगे ?

सोनम – $\frac{1}{100}$ मीटर

शिक्षिका – बिल्कुल सही ! क्या $\frac{1}{100}$ मीटर को हम दशमलव में भी लिख सकते हैं ?

आओ दशमलव का प्रयोग करें

लम्बाई के मापन के लिए हम विभिन्न इकाइयों का प्रयोग करते हैं। जैसे छोटी लम्बाई के लिए मिमी, डेसीमीटर, सेमी, मीटर, डेकामीटर जबकि बड़ी लम्बाई के लिए किमी, मील आदि का प्रयोग करते हैं।

1 मिलीमीटर = $\frac{1}{1000}$ मीटर = 0.001 मीटर	1 डेकामीटर = 10 मीटर
1 सेंटीमीटर = $\frac{1}{100}$ मीटर = 0.01 मीटर	1 हेक्टोमीटर = 100 मीटर
1 डेसीमीटर = $\frac{1}{10}$ मीटर = 0.1 मीटर	1 किलोमीटर = 1000 मीटर

लम्बाई (मिमी – सेमी में)

10 मिमी = 1 सेमी

1 मिमी = $\frac{1}{10}$ सेमी = 0.1 सेमी

2 मिमी = $\frac{2}{10}$ सेमी = 0.2 सेमी

मिमी को सेमी में बदलो –

- 7 मिमी
- 5 सेमी 6 मिमी

लम्बाई (सेमी – मीटर) में

100 सेमी = 1 मीटर

1 सेमी = $\frac{1}{100}$ मीटर = 0.01 मीटर

10 सेमी = $\frac{10}{100}$ मीटर = 0.10 मीटर

13 सेमी = $\frac{13}{100}$ मीटर = 0.13 मीटर

सेमी को मीटर में बदलो–

- 8 सेमी
- 2 मीटर 05 सेमी

लम्बाई (मीटर–किमी में)

1000 मीटर = 1 किलोमीटर (किमी)

1 मीटर = $\frac{1}{1000}$ किमी = 0.001 किमी

10 मीटर = $\frac{10}{1000}$ किमी = 0.010 किमी

18 मीटर = $\frac{18}{1000}$ किमी = 0.018 किमी

100 मीटर = $\frac{100}{1000}$ किमी = 0.100 किमी

121 मीटर = $\frac{121}{1000}$ किमी = 0.121 किमी

किमी में बदलो–

- 9 मीटर
- 4 किमी 12 मीटर

भार के मापन के लिए हम विभिन्न इकाईयों का प्रयोग करते हैं। जैसे कम भार के लिए मिग्रा, डेसीग्राम, सेग्रा, ग्राम, डेकाग्राम जबकि अधिक भार के लिए किग्रा, कुन्तल आदि का प्रयोग करते हैं।

1 मिलीग्राम = $\frac{1}{1000}$ ग्राम = 0.001 ग्राम	1 डेकाग्राम = 10 ग्राम
1 सेंटीग्राम = $\frac{1}{100}$ ग्राम = 0.01 ग्राम	1 हेक्टोग्राम = 100 ग्राम
1 डेसीग्राम = $\frac{1}{10}$ ग्राम = 0.1 ग्राम	1 किलोग्राम = 1000 ग्राम

तौल (ग्राम–किग्रा)

1000 ग्राम = 1 किलोग्राम

1 ग्राम = $\frac{1}{1000}$ किग्रा = 0.001 किग्रा

10 ग्राम = $\frac{10}{1000}$ किग्रा = 0.010 किग्रा

100 ग्राम = $\frac{100}{1000}$ किग्रा = 0.100 किग्रा

किग्रा में बदलो–

- 47 ग्राम
- 17 किग्रा 325 ग्राम

धारिता के मापन के लिए हम विभिन्न इकाईयों का प्रयोग करते हैं। जैसे कम धारिता के लिए मिली, डेसीलीटर, सेली, लीटर, डेकालीटर जबकि बड़ी धारिता के लिए किलोलीटर आदि का प्रयोग करते हैं।

1 मिलीलीटर = $\frac{1}{1000}$ लीटर = 0.001 लीटर	1 डेकालीटर = 10 लीटर
1 सेंटीलीटर = $\frac{1}{100}$ लीटर = 0.01 लीटर	1 हेक्टोलीटर = 100 लीटर
1 डेसीलीटर = $\frac{1}{10}$ लीटर = 0.1 लीटर	1 किलोलीटर = 1000 लीटर

धारिता (मिली–लीटर)

1000 मिली = 1 लीटर

1 मिली = $\frac{1}{1000}$ लीटर = 0.001 लीटर

10 मिली = $\frac{10}{1000}$ लीटर = 0.010 लीटर

100 मिली = $\frac{100}{1000}$ लीटर = 0.100 लीटर

लीटर में बदलो–

- 99 मिली
- 79 लीटर 879 मिली

हम सीख गए

- दैनिक जीवन में दशमलव आधारित संख्याओं का योग एवं अन्तर करना।

अभ्यास

1. *दशमलव बिन्दु लगाकर मीटर में लिखो* -
(*क*) 68 *सेमी* (*ख*) 16 *मीटर* 7 *सेमी* (*ग*) 343 *मीटर* 50 *सेमी*
(*घ*) 532 *सेमी* (*च*) 12 *मीटर* 30 *सेमी*
2. *सेंटीमीटर में लिखो* -
(*क*) 8 *सेमी* 7 *मिमी* (*ख*) 63 *मिमी* (*ग*) 168 *मिमी*
(*घ*) 50 *सेमी* 5 *मिमी* (*ङ*) 25 *सेमी* 25 *मिमी*
3. *किलोमीटर में लिखो* -
(*क*) 8 *किमी* 625 *मीटर* (*ख*) 17 *मीटर* (*ग*) 8 *मीटर*
(*घ*) 178 *किमी* 30 *मीटर* (*ङ*) 16 *किमी* 135 *मीटर* (*च*) 1125 *मीटर*
4. *हैण्डपम्प से शौचालय के सोख्ता गड्ढे की दूरी* 10 *मीटर है। इस दूरी को किलोमीटर में लिखो।*
5. *किलोग्राम में लिखो* -
(*क*) 5 *किग्रा* 365 *ग्राम* (*ख*) 32578 *ग्राम*
(*ग*) 228 *किग्रा* 536 *ग्राम* (*घ*) 450 *किग्रा* 250 *ग्राम*
6. *लीटर में लिखो* -
(*क*) 365 *किलोलीटर* 15 *लीटर* (*ख*) 4 *लीटर* 515 *मिली*
(*ग*) 8 *लीटर* 5 *मिली* (*घ*) 5 *लीटर* 45 *मिली*
7. *राजन की कमीज में* 1.20 *मीटर, मोहित की कमीज* 1.30 *मीटर तथा अरशद की कमीज में* 1.10 *मीटर कपड़ा लगता है। बताओ तीनों के कमीज में कुल कितने सेंटीमीटर कपड़ा लगा।*

अपने आप - 4

मेरा परिचय ऐसे भी

*आज कल सूचनाएँ जैसे- जन्मतिथि, अनुक्रमांक, आधार कार्ड नम्बर, मोबाइल नम्बर आदि को ओ*0*एम*0*आर*0 *शीट पर भरने को कहा जाता है। आपको को भी भविष्य में विभिन्न परीक्षाओं में इसी प्रकार ओ*0*एम*0*आर*0 *शीट पर अपनी सूचनाएँ देनी होंगी। ओ*0*एम*0*आर*0 *शीट का प्रारूप नीचे दिया जा रहा है। उदाहरण के लिए एक जन्मतिथि भर कर दिखाई जा रही है-*

जन्मतिथि- 18.09.2007

अब तुम भी अपनी जन्मतिथि भरो -

नोट- बच्चों को ओ0एम0आर0 शीट पर विभिन्न सूचनाएँ भरने का अभ्यास कराएँ।

कितना सीखा – 4

1. बड़ा '>' या छोटा '<' के चिह्न से खाली स्थान भरो–

(क) 1089 .... 1098 (ख) 2316 2297

(ग) $\frac{2}{7}$ .... $\frac{4}{5}$ (घ) $\frac{1}{2}$ .... $\frac{1}{3}$ (च) $\frac{4}{5}$ .... $\frac{3}{8}$

2. $\frac{5}{8}, \frac{3}{8}, \frac{7}{8}, \frac{3}{4}, \frac{1}{2}$ संख्याओं को आरोही और अवरोही क्रम में लिखो।

3. रिक्त स्थान भरो –

(क) $\frac{3}{7} = \frac{\square}{21}$ (ख) $\frac{9}{8} = \frac{45}{\square}$

(ग) $\frac{5}{8} = \frac{15}{\square}$ (घ) $\frac{8}{17} = \frac{\square}{51}$

4. सरल करो–

(क) $\frac{1}{2} + \frac{4}{2} - \frac{3}{2}$ (ख) 84 ÷ 12 X 3 – 6 + 2

(ग) $\frac{5}{7} + \frac{1}{7} - \frac{2}{7}$ (घ) 9 X 12 + 18 ÷ 6 – 16

(च) 1.563 किग्रा + 0.901 किग्रा (छ) 15.6 ली + 10.543 ली

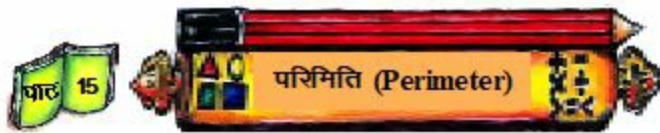
5. निम्नलिखित दशमलव संख्याओं को भिन्न के रूप में बदल कर लिखो–

(क) 0.07 (ख) 3.9 (ग) 0.008

6. क्या 0.9 और 0.09 बराबर हैं ? तर्क सहित बताओ।

पाठ 15

पाठ 15

परिमिति (Perimeter)

आओ करके देखें –

हमने बिन्दु **क** से एक वक्र बनाया जो बिन्दु **ख** तक जाता है।

बताओ यह आकृति खुली है या बन्द ? ....

हमने देखा –

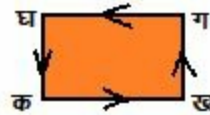
ऐसी आकृति जो एक बिन्दु से प्रारम्भ होकर किसी अन्य बिन्दु पर समाप्त हो, उसे खुली आकृति कहते हैं।

बताओ कौन–कौन सी आकृति खुली है –

(i) (ii) (iii) (iv) (v)

आओ देखें–

हमने बिन्दु **क** से चलना शुरू किया। बिन्दु **ख, ग, घ** से होते हुए हम पुनः बिन्दु **क** पर लौट आये।

बताओ यह कैसी आकृति है, खुली या बन्द ?

हमने देखा – ऐसी आकृति जो जिस बिन्दु से शुरू होती है उसी बिन्दु पर आकर समाप्त हो, उसे बन्द आकृति कहते हैं।

बताओ कौन–कौन सी आकृति बन्द है –

(i) (ii) (iii) (iv) (v)

बताओ कैसी आकृति बनती है ? खुली या बन्द -

- *माचिस के डिब्बे के चारों ओर रेखा बनाने पर* ....
- *सिक्के के चारों ओर रेखा बनाने पर* ....
- *खुले चिमटे के बाहरी किनारे के सहारे रेखा बनाने पर* ....

परिमाप (परिमिति)

चित्र में बने पथ (रास्ते) की आकृति खुली है या बन्द ? .....

यह कैसी आकृति है ? ....

गोलू हरी झण्डी से दौड़ना शुरू करता है। हरी से लाल झण्डी तक पहुँचने के लिए वह 40 कदम दौड़ा। लाल से पीली झण्डी तक पहुँचने के लिए वह 30 कदम दौड़ा। इसी तरह पीली से फिर हरी झण्डी तक पहुँचने के लिए गोलू 50 कदम दौड़ा। गोलू कुल कितने कदम दौड़ा ?

40 *कदम* $ 30 *कदम* $ 50 *कदम* = 120 *कदम*

यही 120 *कदम चित्र में बने त्रिभुजाकार आकृति का परिमाप है।*

आओ इसे फीते से नापें-

हरी से लाल झण्डी तक के रास्ते की लम्बाई = 20 *मीटर*

लाल से पीली झण्डी तक के रास्ते की लम्बाई = 15 *मीटर*

पीले से हरी झण्डी तक के रास्ते की लम्बाई = 25 *मीटर*

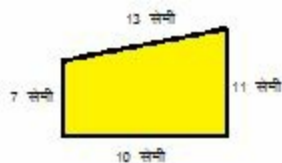
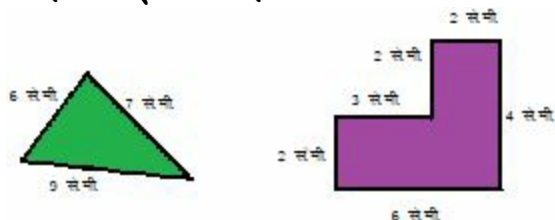
रास्ते की कुल लम्बाई = 20 + 15 + 25 = 60 *मीटर*

हमने देखा कि त्रिभुजाकार आकृति का परिमाप = 60 *मीटर*

आओ दी गई आकृति का परिमाप ज्ञात करते हैं-

चित्र में चतुर्भुज की चारों भुजाओं की लम्बाई का योग

= 10 *सेमी* + 11 *सेमी* + 13 *सेमी* + 7 *सेमी*

= 41 *सेमी*

अतः चित्र में चतुर्भुज का परिमाप 41 *सेमी है।*

परिमाप ज्ञात करो-

आओ करके सीखें -

शिक्षक - *राहुल पुस्तक को श्यामपट्ट पर रखकर उसके चारों किनारों से सटाकर रेखाखण्ड खींचो।*

(*राहुल ने श्यामपट्ट पर आकृति अ ब स द बनाई।*)

शिक्षक - *मीना यह कैसी आकृति है* ?

मीना - *यह आयताकार आकृति है।*

शिक्षक - *इसकी भुजाओं की लम्बाई माप कर बताओ।*

मीना - *इसकी लम्बाई अ ब* = 16 *सेमी*, *चैड़ाई अ द* = 10 *सेमी*,

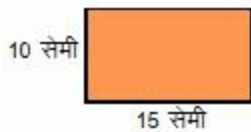
भुजा स द = 16 *सेमी तथा भुजा ब स* = 10 *सेमी है*

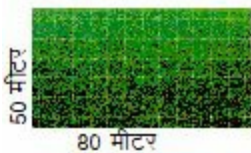
शिक्षक - ऐसा क्यों है ?
मीना - क्योंकि, आयताकार आकृति में आमने-सामने की भुजाएँ समान लम्बाई की होती हैं।
शिक्षक - बहुत अच्छा !
आओ हम लोग इस आयत की चारों भुजाओं की लम्बाई का योग करके इसका परिमाप ज्ञात करते हैं।
आयत का परिमाप = 16 सेमी + 10 सेमी + 16 सेमी + 10 सेमी
= 52 सेमी
शिक्षक -
हमने देखा कि - आयत का परिमाप = आयत की चारों भुजाओं की माप का योग
= लम्बाई + चैड़ाई + लम्बाई + चैड़ाई
= 2 ग लम्बाई + 2 ग चैड़ाई
= 2 ग (लम्बाई + चैड़ाई)
= लम्बाई और चैड़ाई के योग का दो गुना
अतः आयत का परिमाप = 2 ग (लम्बाई + चैड़ाई)
गतिविधि
शिक्षक ने श्यामपट्ट पर एक वर्गाकार आकृति क ख ग घ बनाई।
शिक्षक - मदन यह कैसी आकृति है ?
मदन - यह एक वर्गाकार आकृति है।
शिक्षक - रश्मि इसकी एक भुजा की माप करके बताओ।
रश्मि - इसकी एक भुजा की माप 10 सेमी है।
शिक्षक - मीना उसकी अन्य भुजाओं की माप क्या होगी ?
मीना - इसकी सभी भुजाओं की माप दस-दस सेमी होगी।
शिक्षक - ऐसा क्यों है ?
मीना - क्योंकि वर्ग की सभी भुजाओं की लम्बाई बराबर होती है।
शिक्षक - शाबाश !
आओ हम लोग इसकी भुजाओं की माप का योग करके इसका परिमाप ज्ञात करते हैं-

वर्ग का परिमाप = 10 सेमी + 10 सेमी + 10 सेमी + 10 सेमी
= 40 सेमी
अतः वर्ग का परिमाप = 40 सेमी

हमने देखा कि -

वर्ग का परिमाप = *चारों भुजाओं की माप का योग*
= *भुजा* $ *भुजा* $ *भुजा* $ *भुजा*
= 4 *ग भुजा की माप*
= *वर्ग की किसी एक भुजा की माप का चार गुना*
अतः वर्ग का परिमाप = 4 *ग भुजा की माप*

उदाहरण 1ः
किसी आयत की लम्बाई 15 *सेमी तथा चैड़ाई* 10 *सेमी है। आयत का परिमाप बताओ।*
हलः

आयत का परिमाप = 2 *ग* (*लम्बाई* $ *चैड़ाई*)
= 2 *ग* (15 *सेमी* $ 10 *सेमी*)
= 2 *ग* 25 *सेमी*
= 50 *सेमी*
अतः आयत का परिमाप 50 *सेमी है।*
उदाहरण 2ः

किसी वर्गाकार खेत की भुजा 25 *मीटर है। खेत का परिमाप बताओ।*
हलः
खेत का परिमाप = 4 *ग भुजा की माप*
= 4 *ग* 25 *मीटर*
= 100 *मीटर*
अतः खेत का परिमाप 100 *मीटर है।*
उदाहरण 3: *एक आयताकार खेत की लम्बाई* 80 *मीटर तथा चैड़ाई* 50 *मीटर है। खेत के चारों ओर बाड़ लगाने के लिए कितने मीटर तार की आवश्यकता होगी* ?

हल:
खेत के चारों ओर बाड़ लगाने के लिए खेत के परिमाप के बराबर माप के तार की

आवश्यकता होगी।

अतः खेत का परिमाप = 2 *ग* (*लम्बाई* $ *चैड़ाई*)

= 2 *ग* (80 *मीटर* $ 50 *मीटर*)

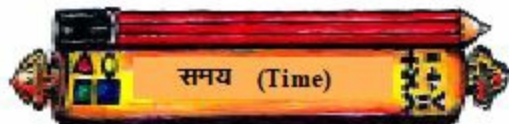
= 2 *ग* 130 *मीटर*

= 260 *मीटर*

अतः खेत में चारों ओर बाड़ लगवाने के लिए 260 *मीटर तार की आवश्यकता होगी।*

-
- *दी गई आकृतियों में बन्द एवं खुली आकृतियों की पहचान करना।*
- *त्रिभुज, चतुर्भुज, वर्ग एवं आयत आदि विभिन्न प्रकार की आकृतियो का परिमाप ज्ञात करना।*
- *रेखाखण्डों से बनी किसी बन्द आकृति की सभी भुजाओं की लम्बाई का योग आकृति की परिमिति (परिमाप) कहलाती है।*
- *आयत का परिमाप* = 2 *ग* (*लम्बाई*$*चैड़ाई*)

वर्ग का परिमाप = 4 *ग एक भुजा की माप*

पाठ 16

दशहरे का मेला देखने के लिए श्रेया और श्रेयस सुबह से तैयारी कर रहे हैं। श्रेया ने पापा से पूछा, अभी तो साढ़े आठ बज रहे है, मेला देखने कब चलेंगे ? उसके पापा ने कहा, शाम को चार बजे चलेंगे। पापा ने अपनी घड़ी देते हुए पूछा, क्या तुम इस घड़ी में समय को बता सकती हो ?

श्रेया ने कहा, हाँ क्यों नहीं!

श्रेया ने बताया – 9:00 बजे है।

स्वयं करो–

- **बॉक्स में दिखाए गए समय को घड़ी में दर्शाओ –**

2:00	8:00

- **खाली स्थान की पूर्ति करो –**

(क) घड़ी की छोटी सुई दर्शाती है ....

(ख) घड़ी की बड़ी सुई दर्शाती है ....

(ग) घड़ी की सबसे तेज चलने वाली सुई दर्शाती है ....

- **प्रत्येक घड़ी में दर्शाया गया समय लिखो –**

1

2

3

घंटे में बदलो -

(***क***) 2 ***दिन*** 5 ***घंटे*** (***ख***) 1 ***सप्ताह*** 2 ***घंटे***

मिनट में बदलो -

(***क***) 8 ***घंटे*** (***ख***) 6 ***घंटा*** 40 ***मिनट***

रिक्त स्थान की पूर्ति करो -

(***क***) 6 ***बजकर मिनट*** = ***पौने सात बजे***

(***ख***) 10 ***बजकर मिनट*** = ***साढ़े दस बजे***

(***ग***) 3 ***बजकर*** 30 ***मिनट*** =

(***घ***) 11 ***बजकर*** 45 ***मिनट*** =

सेकेण्ड की सुई पहचानो -

कुछ घड़ियों में तीन सुइयाँ होती हैं। इनमें सबसे तेज चलने वाली सुई सेकेण्ड की है। यह सुई एक मिनट में 60 ***छोटे खाने पार करते हुए डायल पर एक पूरा चक्कर लगाती है। एक छोटे खाने से दूसरे छोटे खाने तक जाने का समय*** 1 ***सेकेण्ड होता है।***

1 *मिनट* = 60 *सेकेण्ड*

रिक्त स्थानों की पूर्ति करो -

(*क*) 5 *मिनट* = 300 *सेकेण्ड*

(*ख*) 10 *मिनट* = ... *सेकेण्ड*

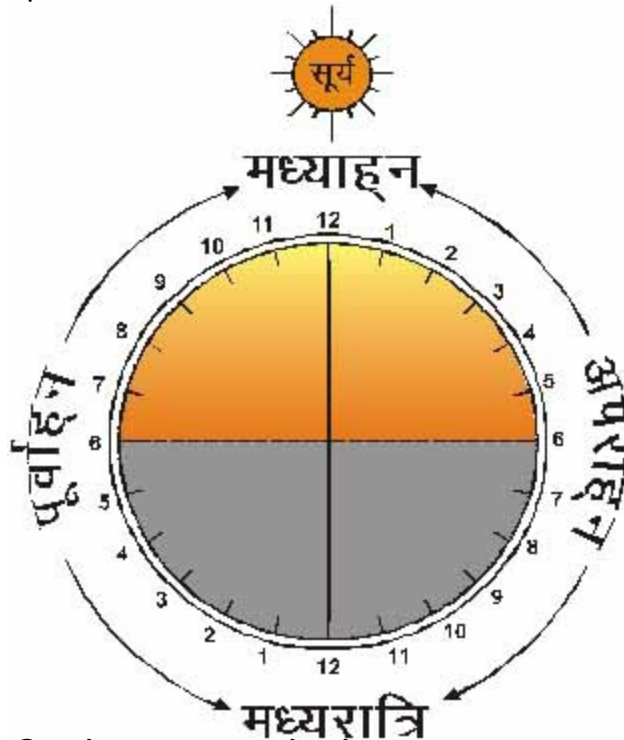
(*ग*) 455 *सेकेण्ड* = 7 *मिनट* .... *सेकेण्ड*

(*घ*) 320 *सेकेण्ड* = ... *मिनट* 20 *सेकेण्ड*

(*च*) 720 *सेकेण्ड* = ... *मिनट* .... *सेकेण्ड*

समय को प्रदर्शित करने के लिए घंटा और मिनट के बीच में (:) *चिह्न लगाते हैं।*

पूर्वाह्न-अपराह्न

पृथ्वी सूर्य का चक्कर लगाने के साथ-साथ अपनी धुरी पर भी घूमती है। अपनी धुरी पर घूर्णन करते हुए पृथ्वी अपना एक चक्कर 24 *घंटे में पूरा करती है। इसी कारण दिन और रात होते हैं।*

दिन के 12ः:00 *बजे को मध्याह्न तथा रात के* 12ः:00 *बजे को मध्यरात्रि कहते हैं।*

मध्यरात्रि 12ः:00 *बजे से अगली तारीख प्रारम्भ हो जाती है।*

मध्यरात्रि 12ः:00 *बजे से मध्याह्न* 12ः:00 *बजे तक का समय पूर्वाह्न होता है। इसे*

ंण्उण् ;।दजम उमतपकपंदद्ध से भी प्रदर्शित किया जाता है।
मध्याह्न 12ः00 *बजे से मध्यरात्रि* 12ः00 *बजे तक का समय अपराह्न होता है। इसे चण्उण् ;च्वेज उमतपकपंदद्ध से भी प्रदर्शित किया जाता है।*
दिए हुए चित्र में दिन के 12 *बजे सूर्य मध्य में चमकता हुआ दिखाई पड़ रहा है। दाहिनी ओर के गोलार्द्ध को अपराह्न तथा बाईं ओर के गोलार्द्ध को पूर्वाह्न द्वारा दर्शाया गया है।*

घड़ी की सुइयाँ 12 *बजे एक दूसरे को ढक लेती हैं क्योंकि घंटे और मिनट की दोनों सुइयाँ* 12 *पर होती हैं। यह स्थिति दिन और रात में दो बार आती है।*

देखो और समझो–

2:30 बजे दोपहर बाद	अपराह्न	2:30 p.m.
4:05 बजे प्रातः	पूर्वाह्न	4:05 a.m.
4:15 बजे सायं	अपराह्न	4:15 p.m.
1:00 बजे दोपहर बाद	अपराह्न	1:00 p.m.
3:00 बजे रात्रि	पूर्वाह्न	3:00 a.m.

स्वयं करो–

1. a.m. एवं p.m. का प्रयोग करके खाली स्थान भरो –

- 6:50 पूर्वाह्न [ ]
- 12:00 मध्यरात्रि [ ]
- 11:30 अपराह्न [ ]
- 12:00 मध्याह्न [ ]

2. पूर्वाह्न / अपराह्न लिखो –

- 8:00 बजे प्रातः [ ]
- 1:30 बजे दोपहर बाद [ ]
- 12:50 बजे रात्रि [ ]
- 4:10 बजे सायं [ ]

24 घंटा समय घड़ी

सामान्यतः हम 1–12 घंटे वाली घड़ी प्रयोग में लाते हैं जिसमें घंटे वाली सुई 24 घंटे में घड़ी के डायल पर 2 चक्कर लगाती है लेकिन कुछ विभाग जैसे रेलवे व एयरलाइन्स 24 घंटे समय घड़ी प्रयोग में लाते हैं। यहाँ समय को निम्नवत् दर्शाया जाता है –

अपराह्न 1 बजे को लिखते हैं	13:00 बजे
अपराह्न 3:20 बजे को लिखते हैं	15:20 बजे
पूर्वाह्न 1:30 बजे को लिखते हैं	01:30 बजे
मध्यरात्रि 12:00 बजे को लिखते हैं	24:00 बजे या 00:00

निम्नलिखित तालिका में दिए गए 12 घंटे समय घड़ी के अनुसार समय लिखे हैं। इस समय को 24 घंटे घड़ी समय में बदलो –

12 घंटे समय घड़ी	24 घंटे समय घड़ी
1:30 बजे प्रातः	
10:45 बजे प्रातः	
12:00 बजे दोपहर	
4:30 बजे सायं	
11:55 बजे रात	

समय का जोड़–घटाना

उदाहरण 1 : मैं प्रातः 7:50 बजे घर से विद्यालय जाने के लिए निकलता हूँ। मुझे विद्यालय की दूरी तय करने में 30 मिनट लगते हैं। मैं कितने बजे विद्यालय पहुँचा ?

7 घंटा 50 मिनट
\+ 0 घंटा 30 मिनट
7 घंटा 80 मिनट
8 घंटा 20 मिनट

यहाँ मिनट का योग 60 से अधिक है। अतः 60 मिनट = 1 घंटा को घंटे के साथ जोड़ते हैं तथा शेष मिनट लिखते हैं।

अतः मैं **8** बजकर **20** मिनट पर विद्यालय पहुँचा।

उदाहरण 2 : अनमोल घर पर 7:30 बजे सायं से पढ़ना प्रारम्भ करता है और 9 बजे रात तक पढ़ता है। वह कितनी देर तक पढ़ता है ?

9 घंटा 00 मिनट
– 7 घंटा 30 मिनट
1 घंटा 30 मिनट

यहाँ शून्य मिनट में से 30 मिनट घटाना है। घटाने के लिए 9 घंटे से 1 घण्टा (60 मिनट) उधार लेकर घटाएंगे। अतः 60 – 30 = 30 मिनट और 8 घंटा– 7 घंटा = 1 घंटा

अतः अनमोल 1 घंटा 30 मिनट तक पढ़ता है।

उदाहरण 3 : आकाश 200 मीटर की दौड़ 4 मिनट 30 सेकेण्ड में पूरी करता है और सुभाष उसी दौड़ को 3 मिनट 50 सेकेण्ड में ही पूरी कर लेता है। सुभाष आकाश से कितने कम समय में दौड़ पूरी करता है ?

4 मिनट 30 सेकेण्ड
– 3 मिनट 50 सेकेण्ड
0 मिनट 40 सेकेण्ड

यहाँ 30 सेकेण्ड में 50 सेकेण्ड घटाना है। घटाने के लिए 4 मिनट से 1 मिनट (60 सेकेण्ड) उधार लेकर घटाएँगे। अतः 60 + 30 = 90 सेकेण्ड में से 50 सेकेण्ड घटाने पर 40 सेकेण्ड आया। शेष 3 मिनट में 3 मिनट घटाने पर शून्य आया।

अतः सुभाष को 40 सेकेण्ड कम समय लगेगा।

हम सीख गए

- घंटे व मिनट की सुइयों वाली घड़ी को देखकर समय बताना।
- बताए गए समय को घड़ी के चित्र में दर्शाना।
- दिए गए समय को घंटा, मिनट एवं सेकेण्ड में बदलना।
- पूर्वाह्न, अपराह्न व मध्याह्न समय की समझ के साथ पहचान करना।
- समय पर आधारित वार्तिक प्रश्नों का निर्माण व उन्हें हल करना।

1. नर्गिस की मम्मी प्रातः 5:30 बजे सोकर उठती हैं। आधा घंटे बाद वे नर्गिस को उठाती हैं। नर्गिस कितने बजे सोकर उठती है ?
2. विपिन की दादी रात को 10 बजे सो जाती हैं। वे साढ़े पाँच घंटा सोती हैं। विपिन की दादी कितने बजे सोकर उठती हैं ?
3. सुषमा की दीदी प्रातःकाल 45 मिनट व्यायाम करती हैं। वे 7:00 बजे तक व्यायाम करती हैं। सुषमा की दीदी व्यायाम करना कब शुरू करती हैं ?
4. प्रातः 9:45 के 5 घंटे बाद क्या समय होगा –
   (क) 1:45 अपराह्न (ख) 2:45 अपराह्न (ग) 2:45 पूर्वाह्न
5. यदि किसी चौराहे पर प्रातः 8:00 बजे लाल बत्ती 90 सेकेण्ड के लिए जलती है तो बताओ कितने बजे हरी बत्ती जलेगी ?

❋ शिक्षक यातायात सिग्नलों की बत्ती जलने के क्रम को स्पष्ट करें।

पाठ 17

कैलेण्डर

इन्द्रधनुष का चित्र दिखाते हुए अध्यापक ने पूछा- इस इन्द्रधनुष में कितने रंग हैं?

....

इन्द्रधनुष के रंगांे की तरह सप्ताह के भी सात दिन होते हैं। क्या तुम लोग इन सात

दिनों के नाम बता सकते हो ?
बच्चों ने बताया -
सोमवार, मंगलवार, बुधवार, बृहस्पतिवार, शुक्रवार, शनिवार, रविवार
इन्हें अंग्रेजी में क्रमशः-
monday,tuesday,wednesday,thurrsday,friday,saturday,sunday,
कहते हैं।
क्या हम किसी तारीख को देखकर उस तारीख वाले दिन के बारे में जान सकते हैं ?
इसे जानने के लिए हम कैलेण्डर की मदद लेते हैं।

आओ कैलेण्डर देखें और समझें -

जनवरी 2019						
रवि	सोम	मंगल	बुध	गुरू	शुक्र	शनि
		1	2	3	4	5
6	7	8	9	10	11	12
13	14	15	16	17	18	19
20	21	22	23	24	25	26
27	28	29	30	31		

- *यह वर्ष* 2019 *के माह जनवरी का कैलेण्डर है।*
- *माह का पहला दिन या* 1 *तारीख को मंगलवार है। इसी प्रकार* 7 *तारीख को सोमवार होगा।*
- *हमने देखा कि इस कैलेण्डर में किसी निश्चित तारीख वाले दिन को जानने के लिए तारीख के स्तम्भ में ऊपर लिखे दिन को देखते हैं। जैसे- इस कैलेण्डर में* 4, 11, 18, 25 *तारीख को शुक्रवार है।*
- *जनवरी* 2019 *का कैलेण्डर देखो और प्रश्नों के उत्तर दो* -
- 19 *जनवरी को कौन-सा दिन होगा* ?
- *जनवरी माह में कितने रविवार हैं* ?
- *जनवरी माह की अन्तिम तारीख पर कौन-सा दिन होगा* ?
- *दूसरे सोमवार को कौन-सी तारीख है* ?

आओ जानें कैलेण्डर की विशेष बातें

- *कैलेण्डर में कुछ तारीखें लाल रंग से दिखायी जाती हैं। जैसे रविवार को पड़ने वाली तारीखें। ये अवकाश के दिन हैं।*
- *विशेष दिवस, त्योहार व पर्वों को भी लाल रंग से दिखाया जाता है। जैसे* 26 *जनवरी*, 15 *अगस्त*, 2 *अक्टूबर, होली, दीपावली, दशहरा, ईद, क्रिसमस, बैसाखी आदि।*

दिये गये जनवरी 2019 *के कैलेण्डर को देखो और जानो* -

- *इसमें* 6, 13, 20 *और* 27 *को रविवार है*।
- 1 *जनवरी को नववर्ष दिवस है*।
- 14 *जनवरी को मकर संक्रंाति है*।
- 26 *जनवरी को गणतन्त्र दिवस है*।

महीनों में दिनों की संख्या

दिए गए चित्र के अनुसार मुट्ठी बाँधकर देखें तो उठा हुआ भाग 31 *दिन वाले महीने को तथा गहरा वाला भाग* 30 *दिन वाले महीने को प्रदर्शित करेगा*। *एक वर्ष में* 12 *महीने होते हैं इसमें से जनवरी*, *मार्च*, *मई*, *जुलाई*, *अगस्त*, *अक्टूबर और दिसम्बर महीनांे में दिनों की संख्या* 31 *होती है*। *फरवरी माह* 28 *या* 29 *दिन का होता है*। *शेष महीने* 30 *दिन के होते हैं*।

- *कितने महीनों मंे दिनों की संख्या* 31 *होती है*?
- *अप्रैल*, *जून*, *सितम्बर तथा नवम्बर माह कितने-कितने दिनों के होते हैं* ?

दशक तथा शताब्दी वर्ष

1 *दशक* = 10 *वर्ष*
1 *शताब्दी* = 100 *वर्ष*
1700, 1800, 1900, 2000, ... *को शताब्दी वर्ष कहते हैं*।
वे वर्ष जिनके अन्त में ‘00’ *होता है*, *शताब्दी वर्ष होते हैं*।

***अधिवर्ष* (*स्मंच लमंत*)**

शताब्दी वर्ष को छोड़कर वे वर्ष जो 4 *से पूरा-पूरा विभाजित हो जाते हैं*, *उन्हंे अधिवर्ष कहते हैं*। *इसका मतलब हुआ कि अधिवर्ष* 4 *वर्ष में एक बार आता है*। *जैसे*- 2008, 2012, 2016 *अधिवर्ष था*। 2020 *अगला अधिवर्ष होगा*। *अध्िावर्ष होने के कारण इस वर्ष की फरवरी में* 1 *दिन जोड़ दिया जाता है*। *परिणाम स्वरूप फरवरी* 28 *के बजाय* 29 *दिन की होती है*। *इस तरह अधिवर्ष में दिनों की संख्या* 365 *के बजाय* 366 *होती है*।

वर्ष फरवरी माह में दिनांे की संख्या
2012 28 *दिन*
2014 29 *दिन*
2016 28 *दिन*
2018 29 *दिन*

शताब्दी वर्ष जैसे– 1700, 1800, 1900 या 2000 आदि के अधिवर्ष होने की जाँच करने के लिए इन वर्षों को 400 से विभाजित करते हैं। यदि शताब्दी वर्ष 400 से पूरा–पूरा विभाजित हो जाता है तो वह अधिवर्ष होगा अन्यथा नहीं।

देखो, समझो और पूरा करो –

वर्ष	फरवरी के दिन	वर्ष के दिन
2001	28	365
2004	—	366
2007	28	—
2020	—	—
2024	—	—

आओ दिनांक लिखना सीखें

दिनांक लिखने के लिए–

- सबसे पहले दिन का क्रमांक लिखते हैं।
- फिर माह का क्रमांक लिखते हैं।
- और अन्त में वर्ष का क्रमांक लिखते हैं।

जैसे ग्यारह जनवरी दो हजार उन्नीस को हम इस प्रकार लिखते हैं–

दिन माह वर्ष

11 . 01 . 2019

हम सीख गए

- 4 से विभाजित होने वाला वर्ष अधिवर्ष कहलाता है।
- अधिवर्ष 4 वर्ष में एक बार आता है।
- अधिवर्ष में फरवरी 29 दिन की होती है। अतः इसमें 366 दिन होते हैं।
- अपने दैनिक जीवन में समझ के साथ कैलेण्डर का प्रयोग करना।

अभ्यास

1. अक्टूबर माह में कितने दिन होते हैं ?
2. उन महीनों के नाम लिखो जिनमें 30 दिन होते हैं ?
3. वर्तमान वर्ष के नवम्बर माह का कैलेण्डर बनाओ। 21नवम्बर को कौन-सा दिन होगा ?
4. वर्तमान वर्ष में कुल कितने रविवार पड़ेंगे ?
5. वर्ष 2019 के बाद के कौन से तीन वर्ष अधिवर्ष होगें ?
6. यदि किसी वर्ष की 15 जनवरी को मंगलवार है तो उसी वर्ष के -
(क) फरवरी माह की पहली तारीख को कौन सा दिन होगा ?
(ख) 20 फरवरी को कौन सा दिन होगा ?
7. जूली 13 जून को अपने मामा के घर गई और 3 जुलाई को घर वापस लौटी। जूली अपने मामा के घर कुल कितने दिन रही ?
8. आयुष 20 मई को बनारस अपने बड़े पापा के घर गया। 1 जुलाई को अपने घर वापस आया। यदि 20 मई को रविवार हो तो 1 जुलाई को कौन-सा दिन होगा ?
9. इस वर्ष के गणतंत्र दिवस एवं स्वतंत्रता दिवस के दिनांक को लिखो ।

पाठ 18

आंकड़े(data)

हम लोग विद्यालय आने के लिए विभिन्न साधनों का प्रयोग करते हैं। कोई पैदल विद्यालय आता है, कोई साइकिल से तो कोई अन्य साधन का प्रयोग करता है।
आओ, हम लोग अपनी कक्षा के बच्चों की सूची तैयार करते हैं कि कितने लोग किन-किन साधनों से विद्यालय आते हैं।
शिक्षिका - विद्यालय में आज पैदल आने वाले बच्चे अपना हाथ ऊपर करें। मीना, गिनकर बताओ कि कितने बच्चे पैदल विद्यालय आए हैं?
मीना - कुल 16 बच्चे विद्यालय पैदल आए हैं?
शिक्षिका - अब साइकिल से विद्यालय आने वाले बच्चे अपना हाथ ऊपर करें।
साहिल साइकिल से विद्यालय आने वाले बच्चों की संख्या गिनकर बताओ?
साहिल - कुल 4 बच्चे साइकिल से विद्यालय आए हैं।
शिक्षिका - अब वे बच्चे हाथ ऊपर करें, जो मोटर साइकिल या अन्य साधनों से विद्यालय आए हैं। पीटर, ऐसे बच्चों की संख्या गिनकर बताओ।
पीटर - ऐसे बच्चों की संख्या 3 है।
शिक्षिका - शाबाश! अब हम इसे व्यवस्थित रूप से सारिणी बनाकर लिखते हैं।

सारिणी

क्रमांक	विद्यालय आने का साधन	छात्रों की संख्या
1.	पैदल	16
2.	साइकिल	04
3.	मोटर साइकिल एवं अन्य	03
	योग	23

उपर्युक्त सारिणी को ध्यान से देखो और बताओ-
शिक्षिका - मीना, सबसे ज्यादा बच्चे किस साधन से विद्यालय आए हैं?
मीना - विद्यालय में सबसे ज्यादा बच्चे पैदल आए हैं।
शिक्षिका - बहुत अच्छा! राधिका, सबसे कम बच्चे किस साधन से विद्यालय आए हैं?
राधिका - सबसे कम बच्चे मोटर साइकिल या अन्य साधनों से विद्यालय आए हैं।

शिक्षिका - बहुत अच्छा ! मीना, ये जानकारी हमें कैसे मिली ?
मीना - सारिणी देखकर मिली।
इस वर्ष 2 अक्टूबर को विद्यालय परिसर में स्वच्छता अभियान के दौरान विभिन्न कक्षा के बच्चों ने फेंकी गई पॉलीथीन थैलियाँ एकत्र की। इन पॉलीथीन थैलियों की संख्या निम्नलिखित सारिणी में देखें-

क्रमांक	कक्षा	एकत्र की गई पन्नियों की संख्या
1.	1	9
2.	2	5
3.	3	4
4.	4	6
5.	5	8
योग		32

शिक्षिका - रजिया, कुल कितनी पॉलीथीन की थैलियाँ एकत्र की गई।
रजिया - कुल 32 पॉलीथीन की थैलियाँ एकत्र की गई।
शिक्षिका - साहिल, किस कक्षा के बच्चों ने सर्वाधिक पॉलीथीन की थैलियाँ एकत्र की ?
साहिल - कक्षा- 1 के बच्चों ने सर्वाधिक 9 पॉलीथीन की थैलियाँ एकत्र की।
शिक्षिका - शाबाश ! पीटर, एकत्र की गई पॉलीथीन की थैलियों की संख्या के आधार पर कक्षाओं को घटते क्रम में बताओ।
पीटर - कक्षा- 1 कक्षा- 5 कक्षा-4 कक्षा-2 कक्षा-3
शिक्षिका - वेरी गुड !
दोनों चर्चाओं में दी गई सूचनाएँ, आँकड़े हैं तथा आँकड़ों को सारिणीबद्ध करने को सारणीयन या सारिणी बनाना कहते हैं। हम लोगों ने देखा कि सारिणी बनाने से दिये गये आँकड़ों से कई तरह की जानकारियाँ एवं सूचनाएँ मिलती हैं।

सारिणी

क्रमांक	नाम	बालक / बालिका	लम्बाई (सेमी में)
1.	मदन	बालक	126
2.	मीना	बालिका	113
3.	राहुल	बालक	118
4.	गोलू	बालक	122
5.	शीतल	बालिका	109
6.	सलमा	बालिका	110
7.	आफरीन	बालिका	111
8.	पीटर	बालक	126
9.	मारिया	बालिका	112
10.	बलविन्दर सिंह	बालक	128
11.	अनवर	बालक	123
12.	सीमा	बालिका	114
13.	रजिया	बालिका	107
14.	राजू	बालक	124
15.	साहिल	बालक	125

किसी प्राथमिक विद्यालय में कक्षा- 4 के क्रमांक 1-15 तक के बच्चों की लम्बाई सेमी में दी गई है अब निम्नलिखित सारिणी को देखकर बताओ -

- सारिणी में कुल कितने बालक और कितनी बालिकाएँ शामिल हैं?
- कितने बच्चों की लम्बाई 120 सेमी या उससे अधिक है ?
- कितने बच्चों की लम्बाई 110 सेमी या उससे कम है ?
- सबसे लम्बे बालक और सबसे लम्बी बालिका का नाम बताओ ।
- सबसे छोटे पाँच बच्चों की लम्बाई बढ़ते क्रम में लिखो।

इसी प्रकार बच्चांे की आयु, भार, लम्बाई, परीक्षा में प्राप्तांक, गाँव में किसानों की भूमि, शिक्षा, आय, भवन में कमरों की संख्या, जनसंख्या, आदि सूचनाओं एवं तथ्यों को आँकड़े के रूप में एकत्र करके सारिणी बनाई जा सकती है।

1. किसी कक्षा के 40 छात्रों के सबसे पसंदीदा खेल की सूची निम्नवत है -

- तथ्यों या सूचनाओं के समूह को आँकड़े कहते हैं तथा उन्हें संख्याओं में लिखा जाता है।
- आँकड़े को सारिणी के रूप में प्रस्तुत करना सारणीयन (सारिणी बनाना) कहलाता है।
- सारिणी की सहायता से तथ्यों की तुलना करना, विश्लेषण करना, निष्कर्ष निकालना एवं निर्णय लेना।

क्रमांक	खेल	पसंद करने वाले छात्रों की संख्या
1.	क्रिकेट	16
2.	फुटबाल	05
3.	कबड्डी	07
4.	हॉकी	10
5.	अन्य	02
	योग	40

उपर्युक्त सारिणी देखकर बताओ –

(क) *छात्रों का सबसे पसंदीदा खेल कौन-सा है* ?

(ख) *कबड्डी का खेल पसंद करने वाले छात्रों की संख्या, हॉकी पसंद करने वाले छात्रों से कितनी कम है* ?

2. *निम्नलिखित सारिणी को देखो और बताओ-*

क्रमांक	किसान का नाम	खेत का क्षेत्रफल (हेक्टेयर में)
1.	रामू	06
2.	मोहन	05
3.	गफूर	04
4.	मक्खन	03
5.	अनवर	06
6.	हीरा लाल	08
	योग	32

(क) *सबसे अधिक खेत का क्षेत्रफल किसके पास है* ?

(ख) *अनवर के पास गफूर से कितना अधिक खेत का क्षेत्रफल है* ?

(ग) *रामू और गफूर के पास कुल कितना खेत का क्षेत्रफल है* ?

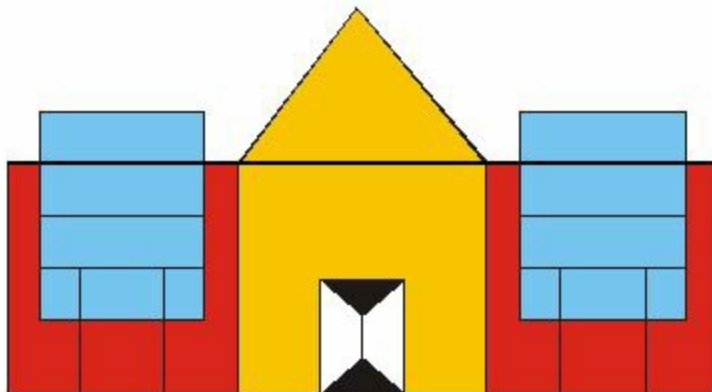
3. *एक कक्षा के* 10 *बच्चों के गणित विषय में प्राप्त अंक निम्नवत हैं* -

67, 80, 72, 81, 54, 60, 63, 48, 93, 74, *इन्हें घटते क्रम में व्यवस्थित करो तथा सबसे अधिक एवं सबसे कम प्राप्त अंकों के मध्य अन्तर बताओ।*

प्रोजेक्ट कार्य

1. *अपनी कक्षा मंे अर्द्धवार्षिक परीक्षा में सभी बच्चों के गणित, हिन्दी, अंग्रेजी, संस्कृत तथा सामाजिक विषय के प्राप्त अंकों की सारणी बनाकर उन्हें अवरोही क्रम में लिखो।*

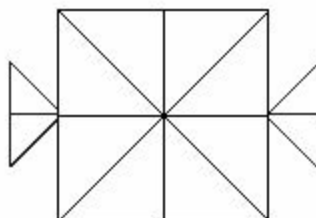
2. *अपने परिवार के सदस्यांे के नाम उनकी ऊँचाई के बढ़ते क्रम में व्यवस्थित करो।*

1. **नीचे के चित्र में कुल कितने आयत और कितने त्रिभुज हैं ?**

आयत की संख्या .... त्रिभुज की संख्या ....

2. **गिनो कितने ?**

कितने वर्ग ....

कितने आयत ....

कितने त्रिभुज ....

दर्शाए गए क्रम (पैटर्न) को पूरा करो–

A C	C F	F J	
2	6	12	
$\frac{8}{32}$	$\frac{4}{16}$	$\frac{2}{8}$	——
$\frac{1}{10} = 0.1$	$\frac{1}{100} = 0.01$	$\frac{1}{1000} = 0.001$	

अपने आप कोई क्रम(पैटर्न) बनाओ–

कितना सीखा

1. एक खेल का मैदान 125 मीटर लम्बा तथा 50 मीटर चैड़ा है। उसके चारों तरफ चहारदीवारी बनाई जानी है। चहारदीवारी का परिमाप बताओ।
2. एक आयताकार खेत 100 मी लम्बा तथा 30 मी चैड़ा है। उसमें 100 मी लम्बी तथा 6 मी चैड़ी कितनी क्यारियाँ बनाई जा सकती हैं?
3. फूलों की एक त्रिभुजाकार क्यारी की तीनों भुजाएँ बराबर हैं। क्यारी की एक भुजा पर लगाई गई बाड़ की लम्बाई 4 मी है। क्यारी के तीनों तरफ लगी बाड़ का कुल कितना परिमाप होगा?
4. एक वृत्ताकार मैदान का परिमाप 400 मीटर है। उसके तीन चैथाई हिस्से में रेलिंग लगाई जा रही है। रेलिंग की लम्बाई ज्ञात करो?
5. वर्ष के उन महीनों के नाम बताओ जिनमें 31 दिन होते हैं?
6. एक माह का कैलेण्डर बनाओ जिसका पहला दिन मंगलवार है तथा जिसमें कुल

30 *दिन हैं।*

7. *एक वर्ष में कुल कितने सप्ताह होते हैं। वर्ष* 1974 *से* 2022 *तक* 366 *दिन वाले वर्षों की सूची बनाओ।*

8. *यदि* 5 *सितम्बर को बृहस्पतिवार है तो* 13 *अक्टूबर*, 24 *अक्टूबर तथा* 3 *नवम्बर के दिनों के नाम लिखो।*

9. *कक्षा की* 12 *छात्राओं की आयु व भार के आँकड़े नीचे दिए गए हैं-*

आयु (*वर्ष*) 10, 9, 8, 12, 11, 9, 8, 10, 10, 11, 9, 10

भार (*किग्रा*) 20, 25, 18, 18, 22, 21, 22, 20, 20, 23, 17, 19

आँकड़ों को तालिका द्वारा प्रदर्शित करो।

10. *अपनी कक्षा में बालक और बालिकाओं के अलग-अलग आयु*, *भार व लम्बाई* (*ऊँचाई*) *के आँकड़े संकलित कर सारणी बनाओ।*

11. *कक्षा के सभी बालक और बालिकाओं के सभी विषयों के प्राप्तांकों की सारणी बनाओ।*